

Kurs: Badania Operacyjne / ZłP st. staj. i miast.

Forma zajęć: Wykład, wykładura dr inż. Ryszard REBOUSKI

Typ: zajęcia on-line.

Wykład 1

Temat: Sformalizowane problemy PROGRAMOWANIA

Uwagi o/t organizacji zajęć

Kurs składa się z 7 (st. staj.) / 6 (st. miast.) wykładów zt.

W tej samej ilości przewidziane są ćwiczenia.

W trybie on-line materiał przypisany jest do Classroomu

(~~do~~ chęć: wykład, ćwiczenia).

Zajęcia odbywają się zgodnie z harmonogramem. Ćwiczenia są obowiązkowe.

Komunikacja wykładowca ↔ student:

a) poprzez e-mail [rrebuski@gmail.com](mailto:rrebuski@gmail.com)

b) poprzez strony wykładowcy

[www.pwr.wroclaw.pl](http://www.pwr.wroclaw.pl) / [www.rebuski.v](http://www.rebuski.v)

w ramach załącznika: Alchemia, Badania operacyjne (st st/miast)

zajęcia w trybie on-line s. letni 2021/2022, konsultacje

W załączniku → znajdziesz Planis opis kursu, literaturę oraz listę zadań na ćwiczenia (prosy sobie je pobrać).



e) popis narydn classroom : zadatki : skusen', zadani, oceny.

## Zasady zalicenim knim

Chinim na uceny na puditane kolokvium.

Myklet na oceny (ale nie egzamin)

## Kilka mysl tyt genery B.O.

Pierwne piat ziskane z B.O. , o charakterne typowo matemat.  
prijamij m ve wnezych letach 20 hdi XX w.

Co cielane, utry dominant Wschod - Roija Korecky

Ich prakticky aspekt zostal zavestry w crase II wojny s.  
w USA i Wlk. Dytanij, a doletadi dohryt vypracovanim  
metod povolajich pudevymu' efektne dceyze v domane ziskoznam  
z LOGISTYKA, i PLANOVANEM.

Ich spelitakulnym zasobam byly prygotovana do II fiodu,  
do zaplanovani operacij Overlord, do jej spravy porozumeli.  
Ovneim vojiskom mu byli w istne wviseci pijtngych  
z problemu zisknych z : ogromem operacij, dynamiky  
uvamnkovan', jej nebezpeckostij i krotkim do dypnygij  
crasem. Potneby byt geniuse, i taki slavnat zyt  
na kontynente amerykanistikim - byt mim John von Neumann



Pierwszy gąsienicowy, a u niego obrotowe powstaje podział pod IT  
- pisał nad pierwszymi maszynami cyfrowymi.

Na kontynencie, ważne praktyczny rolę zaczyna odgrywać  
pisanie teoretyczne drugiego geniusza - ALANA TURINGA.

Dlatego w tym samym okresie wchodzi dyscyplina nazywana  
BADAŃ OPERACJI (choćby o najlepszej operacji).

W latach 70, po „odmrożeniu” zaczęto używać nazwy  
BADAŃ OPERACYJNE (Operations research (OR))

Obecnie w tym celu się nazywa NAUKA O ZARZĄDZANIU  
(Management Science) MS

Co to jest MS/OR?

- Jest nauką interdyscyplinarną, opartą na metodach  
matematycznych z obszarów: analizy funkcjonalnej, teorii gier,  
teorii grafów, metod rachunkowych
- związana jest (aplikacja) z teorią podjęciem decyzji  
w kontekście wypracowania metod pozwalających rozwiązywać  
problemy decyzyjne u sposobem efektywnym (to optymalnym)
- dotyczy zatem takich sfer działalności i organizmów jak:



- a) organizuj produkcję
- b) planowanie i zarządzanie produkcją
- c) logistykę i zarządzanie dostawami

Z metodologicznego punktu widzenia rozwiązanie problemu decyzyjnego za pomocą MS/OR jest procesem, na który składają się (w określonej kolejności) kilka etapów:

- a) rozpoznanie sytuacji decyzyjnej (długość skomplikowanej i powolnej tabeli sytuacji)
- b) zbudowanie modelu teoretycznego jako obraz tej sytuacji.
- c) rozwiązanie (matematyczne) tego modelu
- d) weryfikacja poprawności uzyskanych rozwiązań (metoda weryfikacji — symulacja)
- e) wdrożenie tych rozwiązań

My skoncentrujemy się na (a), (b) i (c)



# Przedstawie i zagadnienie prowadzą do MS/OI2

## I. Wybór asortymentu produkcji.

Generalnie, trzeba podjąć decyzję (optymalną), które produkty i w jakiej ilości (w ramach dostępnego wolumenu produkcji)

produkcji, aby uzyskać max zysk / przychód z ich sprzedaży / dystrybucji, przy danych zasobach materiałów i stwierdzonej produkcji.

Typowa sytuacja wygląda następująco:

Dany zakład ma produkcję  $n \geq 2$  wyrobów:

$W_1, W_2, \dots, W_n$ . Do ich produkcji potrzebne są różne ilości produkcji, które posiadane w ograniczonej ilości

$S_1, S_2, \dots, S_m$ .

Stosunek pracy technologicznej definiują normy zużycia tych surowców na jednostki wyrobów.

Znany zasób tych surowców. Wskazać znany np. ceny jednostki zużycia tych surowców.



Decyzja sprawać i do odpowiedzi na kwestie:

a) które spośród  $U_1, \dots, U_n$  produkować

b) w jakiej ilości,

aby nie przekroczyć limitów, a jednoczesnie wygenerować największą z możliwych zysk / przychód przy określonych danych cen jednostkowych.

### Przykład 1 (liniowy)

Przedsiębiorstwo X produkuje 2 wyroby:  $W_1$  i  $W_2$ . W procesie produkcji tych wyrobów zużywa dwa limity surowców produkcji

$S_1, S_2$ . Limity tych surowców wynoszą odpowiednio

$$I \leq 56000 [j]$$

$$II \leq 80000 [j]$$

Nakłady tych surowców są następujące

$$1jW_1 \rightarrow 16j_I \text{ i } 16j_{II}$$

$$1jW_2 \rightarrow 24j_I \text{ i } 10j_{II}$$

Dodatkowo wiadomo, iż limity produkcji na  $W_1 \leq 3000$   
 $W_2 \leq 4000$



Ponadto specyfika X wymaga, aby

$$\text{zichem proporcji } \frac{\# W_1}{\# W_2} = \frac{3}{2}$$

Wersy (czy jednost.  $W_1 \rightarrow 30, W_2 \rightarrow 40$ )

Należy: ustalić normy produkcji, przy założeniu, że  
przychód ze sprzedaży będzie maksymalny.

## II Problem miernych

Generał należy podjąć decyzję określając jakie ilości danych  
surowców należy zamieszać, aby uzyskać  
produkt finalny o optymalnym składzie określonych  
zawartości składników, z których składają się te  
surowce, wynajdując koszt nabywania tych surowców  
(minimalizując go)

Bardzo często zdarza się również, że jest to PROBLEM  
DIETY, czyli również są kwestje określone  
jakie ilości produktów funkcyjnych zakupić (po znanych cenach),  
aby przy racjonalnym zaspokojeniu potrzeb (organizmów)



obniziti do min koszty wyzyciem.

Zatem celem osoby odpowiedzialnej za realizacje  
tego procesu (zyczenia) jest wybor faktycznego skladu  
"mierzanek" zyczeniowej, tak aby ze wszystkich  
dozwolonych (bo obowiazuje okreslona dieta!)  
byly najtansze (to wcale nie oznacza, ze najgorsze!)

### Paragraf 2 (Mierzanek)

Spodziewana produkcja spozyczonej przez ludzi mierzanek  
dwu produktow  $P_1, P_2$  celem zyczenia produkcja zmierz.

Paragraf ma dostarczyc zmiennych ( $\equiv$  tysi' DIETY)

trzech skladnikow:  $S_1, S_2, S_3$ , w ilosciach  
nie mniejszych niz okresle minima.

Dokladnie:  $S_1 - 27, S_2 - 32, S_3 - 26$ .

Zawartosci skladnikow  $S_1, S_2, S_3$  w jedn.  $P_1, P_2$  p'  
nastepujaca

$$1P_1: 3S_1, 8S_2, 12S_3$$

$$1P_2: 9S_1, 4S_2, 3S_3$$



Ceny jednostke należyć  $P_1, P_2$ :

$$1P_1 = 6, \quad 1P_2 = 9.$$

Należy podjąć układ decyzji o kwocie należyć jakich ilości  $P_1, P_2$ , aby z jednej strony dostarczył produkt finalny spełniający wymagania client, a z drugiej strony po min. kosztach.

III Wybór problem technologii - zagadnienie dynamiczne/układ

Geneza stoją przed wyborem: jakiej metody zrealizacji zamknięcia, czy koszt realizacji (a nie tylko z kosztami) był najmniejszy z możliwych.

Zauważ, iż sytuacja bliska jest I. Tym razem mamy zamknięcie (czyli mamy co i ile produktów). Musimy, w ramach budżetu do dyspozycji znaleźć produkt i technologię zrealizacji które są przy realizacji zamknięcia pomocne najmniejsze koszty.



## Dokładny:

do wyprodukowania określonej ilości wyrobów  $W_1, \dots, W_m$   
mamy do dyspozycji:  $T_1, T_2, \dots, T_n$  technologii  
i ich wykorzystania.

Znaczenie: wielkość zamówienia (jaka wply i ile),

- wydajność technologii w produkcji na jednostki wyrobów
- koszty jednostkowe czynników  $T_1, \dots, T_n$ .

Należy: dobrać taki technologicznie spośród  $T_1, \dots, T_n$   
decydując o jakiej ilości mają być użyte,  
aby z jednej strony zrealizować zamówienie  
a z drugiej ponosić jak najmniejszy koszt (tęży).

Typowym przykładem było ~~mięso~~ zagadnienie p  
ZAGADNIENIE OPTIMALNEGO WYKROJU



Do projektu m. v. detaili skrajnych v. d. tech. vykrova z jecholih. sumera (np. podlahy et. krovni sam.).

Mamy rozmery m.  $W_{n-1}$ ,  $W_n$  takz. vyrob.

W. h. v. m. m. d. :  $T_{n-1}$ ,  $T_n$  vyrob. se d. z. q. v. k. b. l. a. c. h. y.

K. z. d. t. e. h. e. j. e. g. e. m. e. y. e. o. d. p. u. l. , l. o. t. a. y. p.

n. a. z. y. m. k. o. n. t. e. m. W. m. y. , m. d. l. a. ~~k. z. d. i. j. e.~~

j. e. d. n. o. s. t. h. i. k. a. z. d. o. v. y. r. o. b. e. t. r. e. b. a. v. i. s. t. i.

o. d. p. o. v. i. e. d. n. y. i. h. i. s. t. i. t. e. d. n. , T. n.

N. a. l. e. n. y. v. y. e. n. y. i. o. p. t. i. m. a. l. y. s. p. o. s. o. b. e. c. i. p. e. r. s.

m. i. n. i. m. a. l. i. z. u. j. e. t. e. r. y. o. d. p. u. l. i. p. o. v. a. l. a. j. e. n. y.

z. k. a. z. i. z. u. j. e. z. a. m. e. n. e. m. e. t. e.

P. a. m. b. l. 3. T. a. r. t. a. h. o. t. y. m. e. t. z. a. m. e. n. e. m. e. m. 100 d. e. s. t. i.

o. d. d. 2 m k. a. z. d. o. , 150 d. e. s. t. i. o. d. d. 2,5 m k. a. z. d. o.

i. 200 d. e. s. t. i. o. d. d. 2,5 m.

D. e. s. t. i. o. t. y. m. e. m. z. n. o. z. i. n. e. m. i. a. i. d. o. v. i. n. e. m. i. a.

k. a. z. d. o. o. d. d. 10 m.



Naley zaproszeni produkty optymalne.

#### (IV) Zagadanie TRANSPORTOWE

Najlepiej jest przedstawić zagadanie jedytną ekonomii rynku -  
stały popyt - podaż i' relacji rynku.

Stosunek popytu: reprezentacja przez odbiorek:

$$O_1, O_2, \dots, O_n$$

Znany zapotrzebowanie każdego  $O_j - |O_j|$ ,

a nie łączny  $\sum_{j=1}^n |O_j|$  - popyt łączny

Stosunek podażi: reprezentacja przez doski:

$$D_1, \dots, D_m$$

Znany możliwości każdego doski  $D_i - |D_i|$ ,

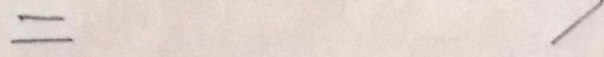
a nie łączny  $\sum_{i=1}^m |D_i|$  - podaż.

Zalichy, i' zawm

$$\sum_{i=1}^m |D_i| \geq \sum_{j=1}^n |O_j|$$



Zachody dla pomyślności:



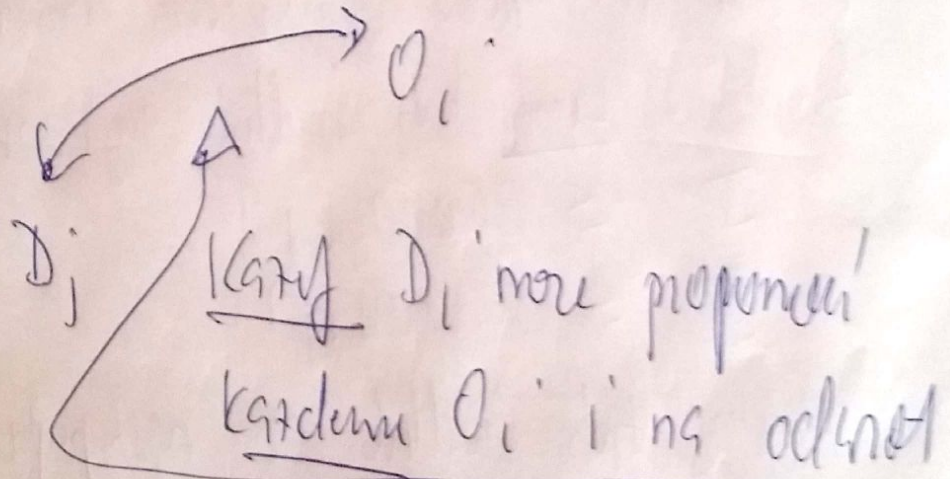
rodzaje =

tw. Zamknięte ZST  
Transp. (ZZT)

brak rodności =

Otwarte z. tw.  
(OZT).

Elementy  $D_j$ ,  $i$   $O_i$  zlokalizowane są na skutek  
(model STATYSTYCZNY).



Znamy są koszy jednostek w relacji

Weryfikacja ZZT



Należy zaproponować talę logistyk dostaw,  
 aby rozdysponować  $\sum |D_j|$  w całości  
 w.g. zapotrzebowaniu i tyż koszt dostaw  
był najmniejszy z możliwych.

Przykład 4.

Treńsk dostarcza cukier trzem hurtowniom.  
 U dostawcy znajduje się odpowiednio: 30, 40, 30 [t].  
 Zapotrzebnie na cukier wynosi kolejno: 20, 20, 40 [t].  
 Jednostkowe koszty transportu są następujące:

	$O_1$	$O_2$	$O_3$
$D_1$	5	2	3
$D_2$	3	4	2
$D_3$	4	5	1

Należy ustalić optymalny plan przewozu minimalny  
tyż koszt transportu