

Kurs: Badania Operacyjne

Firma?: Wykład

Temat On Lin. W3

Temat. Utwórz n/t rozmiarowa ZST oraz zjawisko „zambiżnia”
OZT.

Pojęcie ZST:

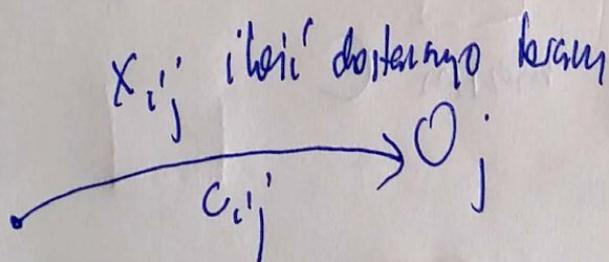
Dane. m - dostawców: D_1, D_2, \dots, D_m (strona podażowa)

n - odbiorców: O_1, O_2, \dots, O_n (strona popytowa)

$$\text{ZST oznacza, iż } \sum_{i=1}^m |D_i| = \sum_{j=1}^n |O_j|$$

Zmienna decyzyjna

$[x_{ij}]_{m \times n} \in M_{m \times n}$, gdzie

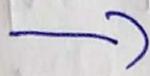


D_i $[c_{ij}]_{m \times n}$ - macierz kosztów, gdzie

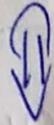
c_{ij} - koszt przewiezienia jednostki towaru
na firmę $D_i \rightarrow O_j$

Wkug

$$\mathbb{R}^{n+m} \supset D \ni [x_{ij}]_{m \times n}$$



$$F([x_{ij}]_{m \times n}) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \text{Min}$$



Kost fany pncoru

$$\sum_{i=1}^n |D_i| \text{ koveru}$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad \begin{matrix} i=1 \dots m \\ j=1 \dots n \end{matrix}$$

(krah stat.)

$$D_1: x_{11} + x_{12} + \dots + x_{1n} = |D_1|$$

$$D_2: x_{21} + x_{22} + \dots + x_{2n} = |D_2|$$

⋮

$$D_m: x_{m1} + x_{m2} + \dots + x_{mn} = |D_m|$$

} od stary dostavok

$$O_1: x_{11} + x_{21} + \dots + x_{m1} = |O_1|$$

$$O_2: x_{12} + x_{22} + \dots + x_{m2} = |O_2|$$

⋮

$$O_n: x_{1n} + x_{2n} + \dots + x_{mn} = |O_n|$$

} od stary odhievok.

Fakt (o optimálním ZPT) /

Každé ZPT má co nejmenší jecho uvnitřně.

Možná je konstruovat pomocí určitého tv.

Algoritmus TRANSPORTOVÉHO (AT)

Jeho idea poleje na modifikaci vybraných
z D řešení. Dokázat, jestli

$\bar{X}^1 = [x_{ij}^1]_{m \times n} \in D$ je daná řešení, to

AT generuje skvělejší vždy když řešení

$$\bar{X}^2 = [x_{ij}^{.2}]_{m \times n}, \bar{X}^3 = [x_{ij}^{.3}]_{m \times n} \dots \bar{X}^k = [x_{ij}^{.k}]_{m \times n}$$

$$\forall [x_{ij}]_{m \times n} \in D \quad F([x_{ij}]_{m \times n}) \geq F(\bar{X}^k)$$

tedy $[x_{ij}^{.k}]_{m \times n}$ je optimální.

Na tym kursie AT nie będzie przedstawiany ze względu na jego złożoność. Pokazujemy jedynie drogę sprawnego wyboru decyzji inicjującej AT, czyli $\bar{x}^1 = [x_{ij}^1]_{m \times n}$.

W tym celu należy przyjąć

| Dostawy \ oddziały | | (O ₁) | (O ₂) | (O ₃) | (O ₄) | Podsum. |
|--------------------|----------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|------------|
| | | P ₁ | P ₂ | P ₃ | P ₄ | |
| (D ₁) | M ₁ | 50 | 40 | 50 | 20 | 70 |
| (D ₂) | M ₂ | 40 | 80 | 70 | 30 | 50 |
| (D ₃) | M ₃ | 60 | 40 | 70 | 80 | 80 |
| Popyt | | 40 | 60 | 50 | 50 | 200 200 |

Z.Z.T.

Uwaga. Fragment zarysowy w kolone pierwszym - macierz kosztów jednost. $C = [c_{ij}]_{3 \times 4}$

$$D = [x_{ij}]_{3 \times 4} \rightarrow F([x_{ij}]_{3 \times 4}) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^4 c_{ij} \cdot x_{ij} \rightarrow \text{min}$$

\Downarrow
 $x_{ij} \geq 0$ & N.O. jak we wikipedii.

Metoda I "bryła górnego rzygum macierzy pncword"

Kroki 1 . Rysujemy siatki macierzy pncword jak niżej

| | P_1 | P_2 | P_3 | P_4 | |
|-------|-------|-------|-------|-------|----|
| P_1 | 40 | | | | 70 |
| P_2 | | | | | 50 |
| P_3 | | | | | 80 |
| | 40 | 60 | 50 | 50 | |

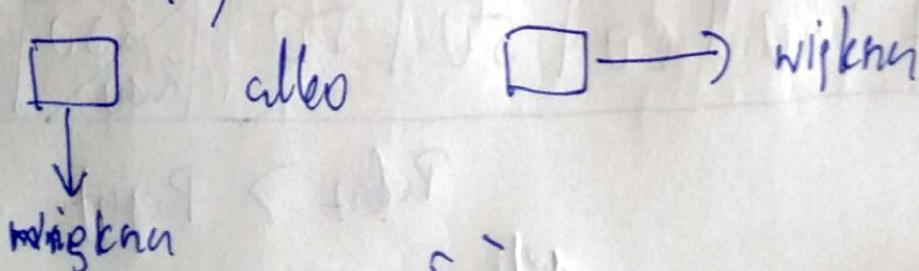
Siatka ma em z komórek "0" adresach $P_i \times P_j$

Zaczynamy od komórki $P_1 \times P_1$:

Kroki 2 .

| | | |
|-------|-------|----|
| | P_1 | |
| P_1 | | 70 |
| | 40 | |

Z liczb 40, 70 wybieramy mniejszą, wpisujemy do komórki, oraz ich różnicę



$$U_{\max} \rightarrow D_1 \times O_2$$

Kuch 3 Alchaliinyj podaz & polnyf

$$D_1 \quad O_2 \quad 70 - 40 = 30$$

60
c' partonny Kuch 2

~~A~~ efekue otymny

| | O_1 | O_2 | O_3 | O_4 | |
|-------|---------|---------|-------|-------|----|
| D_1 | 40 → 30 | | | | 70 |
| D_2 | | 30 ↓ 20 | | | 50 |
| D_3 | | | 30 ↓ | 50 | 80 |
| | 40 | 60 | 50 | 50 | |

Kuch 4 Porozhe komditn' zoskanyj puzte = 0

Zamiana, 4' potała matry $[x_{ij}^1]_{3 \times 4}$

$$[x_{ij}^1] = \begin{bmatrix} 40 & 30 & 0 & 0 \\ 0 & 30 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 30 & 50 \end{bmatrix} \in D$$

zabni $[x_{ij}^1]$ matry czoł dła celd A. I.

Okliiny

$$F([x_{ij}^1]) = 40 \cdot 50 + 40 \cdot 30 + 30 \cdot 30 + 20 \cdot 70 + 30 \cdot 70 + 50 \cdot 80 = \underline{\underline{13.000}}$$

Mekła 2. „Najmnyse elemnty matry kontol”

Krol 1. Ponepisany matry C

$$C = \begin{bmatrix} 50 & 40 & 50 & 20 \\ 40 & 80 & 70 & 30 \\ 60 & 40 & 70 & 80 \end{bmatrix}$$

i poddany je Ewolucji, która powstał

własni' kandydaci $D_i \times 0_j$ dla kandydaci
"relatywnie" lepszy jest najmniejszy.

W tym celu zacytuj od WIERZBY:

Koch. W każdym miejscu wskazy linij
najmniejszy, a następne modyfikacji
wszystkie kandydaci tego miejsca pomniejszyć
dane wartości o tę najmniejszą.

$$C \rightarrow C_1 = \begin{bmatrix} 30 & 20 & 30 & 0 \\ 10 & 50 & 40 & 0 \\ 20 & 0 & 30 & 40 \end{bmatrix}$$

W efekcie w każdym miejscu p co najmniej
jedno "0". Wskazy zero kandydaci,
gdzie "relatywnie" lepszy jest najmniejszy.

Krok 3: Przechodzimy do KOLUMN, aby
skrypty jest 0 brakuje "0" w.g.
zasady zastosowanej do wierszy.

Jak widac z C_1 , trzeba to zrobic
tylko dla kolumn: I i III.

$$C \rightarrow C_1 \rightarrow C_2 = \begin{bmatrix} 20 & 20 & 0 & 0 \\ 0 & 50 & 10 & 0 \\ 10 & 0 & 0 & 40 \end{bmatrix}$$

Krok 4: Mamy C_2 powala skonstruowac
macierz przewidyw.

W tym celu w siatce tej macierzy
rezerwujemy miejsca odpowiadajace tym

komorkom $D_i \times O_j$, w ktorych sa "0"
g $C_2 C_2$.

$$[\tilde{X}_{ij}^1] = \begin{bmatrix} & & 30x & 40x & 0_j \\ x40 & & & 10x & 70 \\ & 60x & 20x & & 50 \\ & & & & 80 \end{bmatrix}$$

$$D: \quad 40 \quad 60 \quad 50 \quad 50$$

a następną sympleks jest warunkiem przeważa na zasadzie jak w Met. I.

ZACHODZA, DWE MOŻLIWOŚCI

10 Powstane decyzja z D (tak jak w przykładzie).

$$[\tilde{X}_{ij}^n] = \left[\begin{array}{cccc|c} 0 & 0 & 30 & 40 & \\ 40 & 0 & 0 & 10 & \in D \\ 0 & 60 & 20 & 0 & \end{array} \right]$$

Wtedy jest ona 47 OPTYMALNA!

$$\sum_{i=1}^n F(LX_{ij}) = 8.000$$

(Pordnac' z Met. I!)

2^o. Nie powstaje decyzja z D. Wtedy trzeba wziac porostych komodor, aby je wyskoc'.

Ala tak powstaje nie jedna optymalna!

OZT - procedura "zamknienia" do ZZT

Przyklad. Zmodyfikujmy poprzedni do symetryj.

| Podst / celk | (0 ₁) P ₁ | (0 ₂) P ₂ | (0 ₃) P ₃ | (0 ₄) P ₄ | Podst |
|----------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-----------------------|
| (D ₁) M ₁ | 50 | 40 | 50 | 20 | 100 |
| (D ₂) M ₂ | 40 | 80 | 70 | 30 | 50 |
| (D ₃) M ₃ | 60 | 40 | 70 | 80 | 80 |
| Popyt | 40 | 60 | 50 | 50 | 230 200 |

Podst > Popyt

Jak widać, $\sum D_i - \sum P_j = 220 - 200 = \underline{\underline{30}}$.

Proces „domykania” OT do ZT polega na wprowadzeniu modelu wirtualnego oddziaływania O^* .
W praktyce będzie to miejsce sterowania niezdefiniowanego.

Przyrosty i koszty transportu do O^* są następujące

| | O^* |
|-------|-------|
| M_1 | 5 |
| M_2 | 5 |
| M_3 | 6 |

Dane do nam

| | O_1 | O_2 | O_3 | O_4 | O^* | Podany |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| D_1 | 50 | 40 | 50 | 20 | 5 | 120 |
| D_2 | 40 | 80 | 70 | 30 | 5 | 50 |
| D_3 | 60 | 40 | 70 | 80 | 6 | 80 |
| Popyt | 40 | 60 | 50 | 70 | 30 | 220 |

Po tych zmiennych, mamy "nowe" zmienne decyzyjne

$$\bar{X} = [x_{ij}]_{3 \times 5} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} & x_{14} & x_{15} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} & x_{24} & x_{25} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} & x_{34} & x_{35} \end{bmatrix}$$

czyli przewoźnik
czyli podlegająca składce

}
 macierz przewoźnik-składce

Wtedy

$$D \rightarrow \bar{X} \rightarrow F(\bar{X}) = \underbrace{\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^4 c_{ij} x_{ij}}_{\text{koszt przewoźnik}} + \underbrace{\sum_{i=1}^3 c_{i5} x_{i5}}_{\text{koszt przewoźnik składce nadmierzli}}$$

→ M_{3n}

где $\bar{x} \in D$ (e)

$$x_{ij} \geq 0 \quad \&$$

$$D_1: x_{11} + x_{12} + \dots + x_{14} + x_{15} = 100$$

⋮

$$D_3: x_{31} + x_{32} + \dots + x_{34} + x_{35} = 80$$

$$O_1: x_{11} + x_{21} + x_{31} = 40$$

⋮

$$O_4: x_{14} + x_{24} + x_{34} = 70$$

$$O^*: x_{15} + x_{25} + x_{35} = 90$$

ZAD.

Заинтересовал A.T. Методы \bar{I} & \bar{h} .