

Matematyka do Lab do kursu PA'E

Temat: Funkcje liniowe

Bierzemy następujący przypadek f. liniowej na $\mathbb{R}^2$, gdzie

$$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \text{ gdzie}$$

(*) $f(x,y) = ax + by, \quad a, b \in \mathbb{R}.$

Wzajemnie kilka przykładów:

(i) $f(x,y) = 2x + 7y \quad (a=2, b=7)$

(ii) $f(x,y) = -3,5x - 0,75y \quad (a=-3,5, b=-0,75)$

(iii) $f(x,y) = x \quad (a=1, b=0).$

Nich f będzie jako w (*).

(**) Wtedy $f(x,y) = c$, gdzie $c \in \mathbb{R}$
nazywamy liniowym z danym niewiadomym,
niezmiennym

(***) $f(x,y) \geq c$ ($\leq c$; $> c$, $< c$)
niezmiennym z danym niewiadomym

Metoda wzorkowa N. (200)

Należy $ax + by = c$

Punktami to odpowiednie oznaczenia znalezionych parów
 $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$, i.e

$$ax_0 + by_0 = c.$$

Analiza

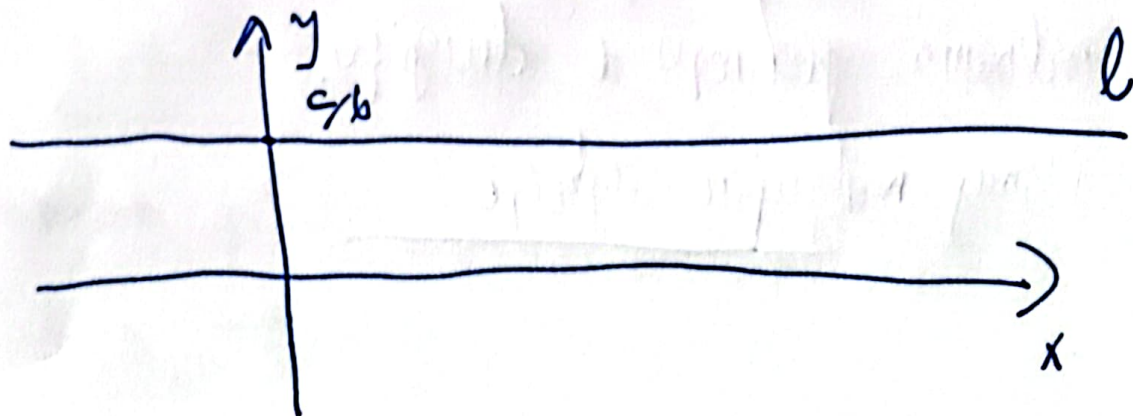
(i) jeśli $a = b = 0$, $c \neq 0$, to równanie nie ma rozwiązań (albo mnoży, i rozwiązaniem p'ib. pusty).

(ii) jeśli $a = 0$, $b \neq 0$, $c \in \mathbb{R}$, to

$$ax + by = c \Leftrightarrow by = c \Leftrightarrow y = \frac{c}{b}$$

Szuka rozwiązaniem p'ibid

$\{ (x, \frac{c}{b}) \mid x \in \mathbb{R} \}$, czyli prosta l



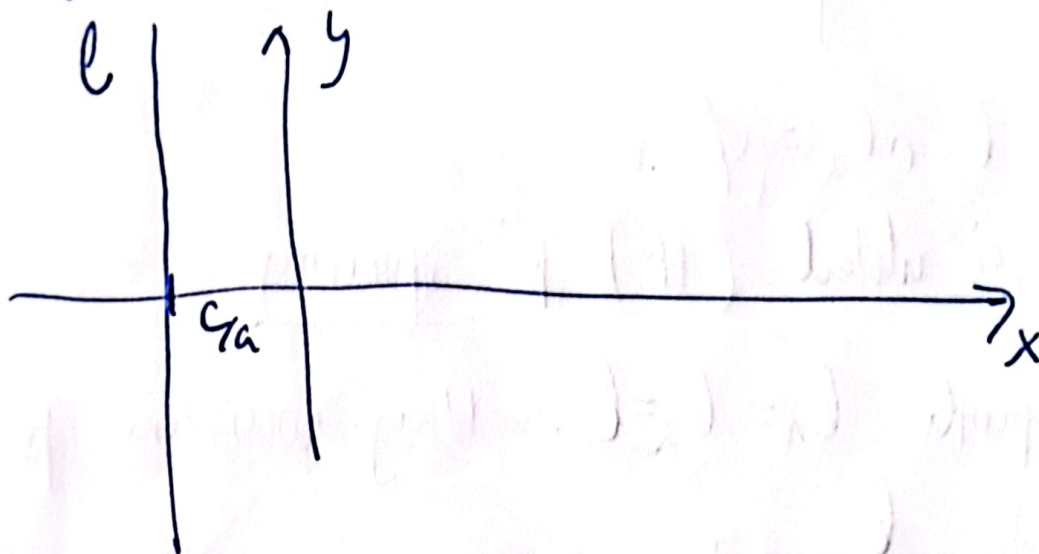
(iii) $a \neq 0, b = 0, c \in \mathbb{R}$

Wtedy

$$ax + by = c \Leftrightarrow ax = c \Leftrightarrow x = \frac{c}{a}$$

Stąd otrzymujemy p. zbiór

$$\left\{ \left(\frac{c}{a}, y \right), y \in \mathbb{R} \right\}, \text{ czyli prosta } L$$



(iv) $a, b \neq 0, c \in \mathbb{R}$

Wtedy $ax + by = c \Leftrightarrow by = c - ax \Leftrightarrow$

$$y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b}, \text{ w oznaczeniu, w}$$

oznaczeniem p. zbiór

$$\left\{ \left(x, -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b} \right), x \in \mathbb{R} \right\}, \text{ czyli wykres}$$

funkcji liniowej jednej zmiennej typu $y = kx + d$.

a nie prostą ℓ .

Jak nazywamy tę prostą?

Wystarczy wskazać dwa punkty przebiegające się do ℓ

Wtedy $y = kx + d \quad (k \neq 0)$

Mały drogę : :

(i) $d \neq 0$

Wtedy punkty te wybieramy z osi OX i OY ,
czyli :

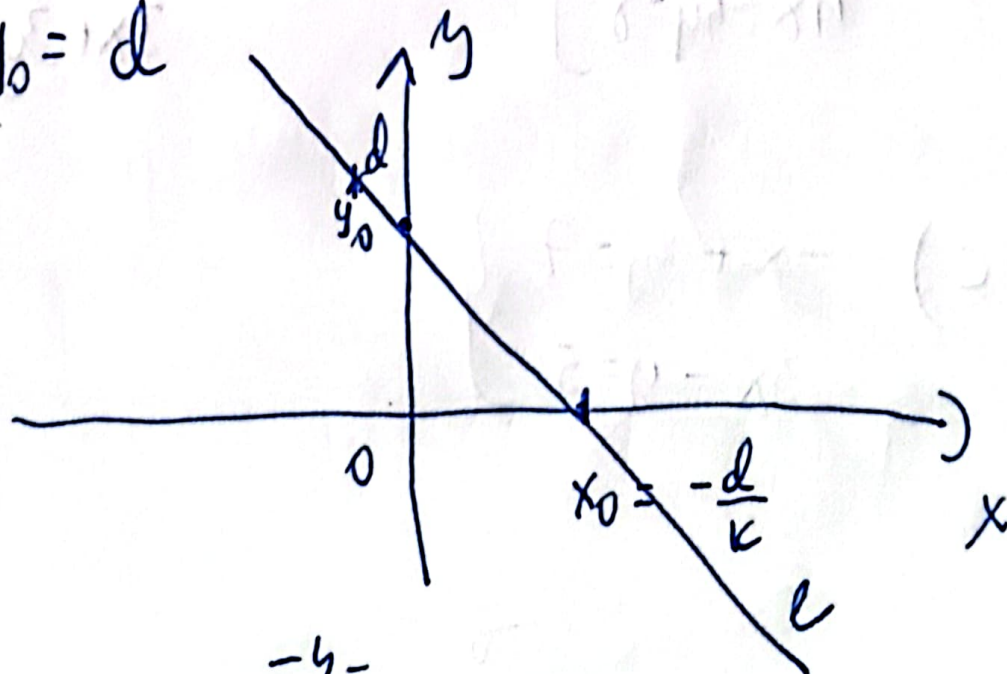
$OX : (x_0, 0)$, więc

$$0 = kx_0 + d \Leftrightarrow x_0 = -\frac{d}{k}$$

$OY : (0, y_0)$, więc

$y_0 = d$

Skąd

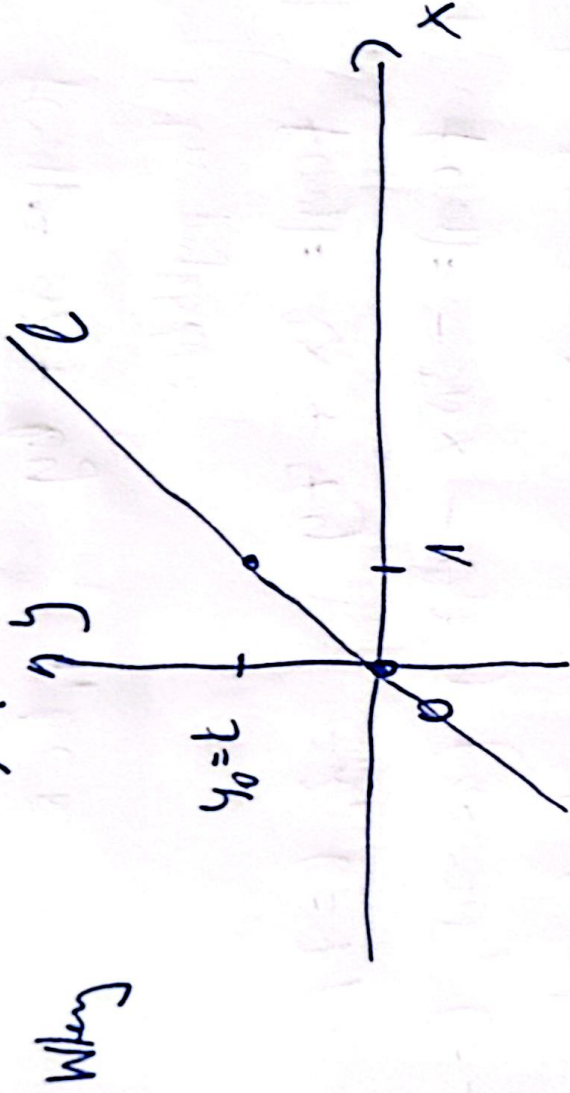


(ii) $d=0$

Wszystkie punkty $(0,0) \in l$, bo $y = kx$

Wszystkie punkty $(1,0)$ są na l , np. $(x_0=1)$

$(1, y_0)$, gdzie $y_0 = k \cdot 1 = k$



Zadania:

Rozwiążcie równania liniowe o 2 niewiadomymi

a) $2x + y = -7$

b) $-x - 3y = 2$

c) $x = 7$

d) $y = -2$

Układy dwóch równań liniowych z dwoma niewiadomymi.

Postać:
$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases} \quad (\#)$$

Zbiorem rozwiązań p. dwóch wyrostłych prostych (x_0, y_0) ,
które są rozwiązaniami obu równań, czyli

$$a_1x_0 + b_1y_0 = c_1 \quad \text{oraz} \quad a_2x_0 + b_2y_0 = c_2.$$

Jśli rozwiązaniem jednego z równań p. dwóch prostych,
to rozwiązaniem układu p. również zb. prostych.

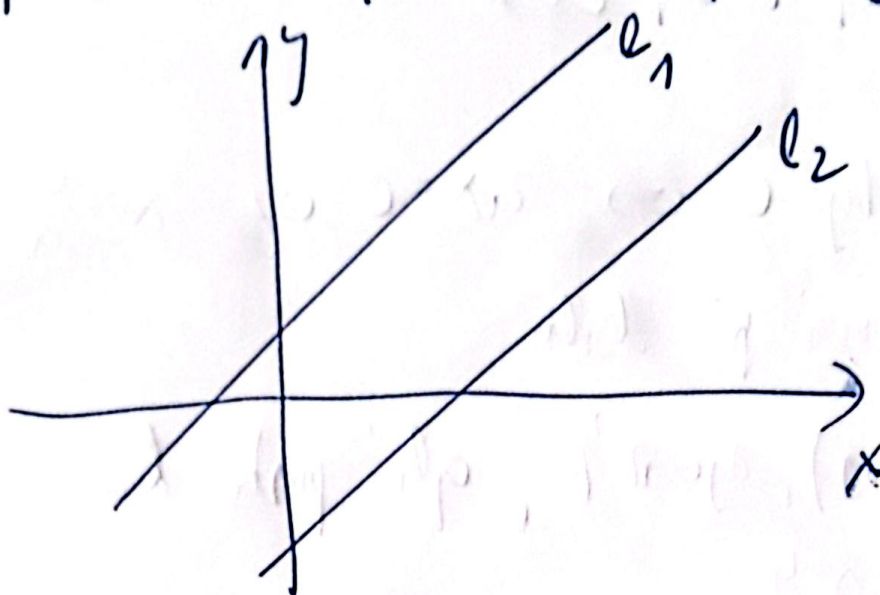
Docho dalej zakładamy, że każde z równań ma nieskończenie wiele rozwiązań.

Z wstępną analizą, wiemy, że każdy układ równań jest prosty.

Nach L_1, L_2 proste będące rozw. odpowiednio równania pierwszego i drugiego.

Mamy najprościej pisać!

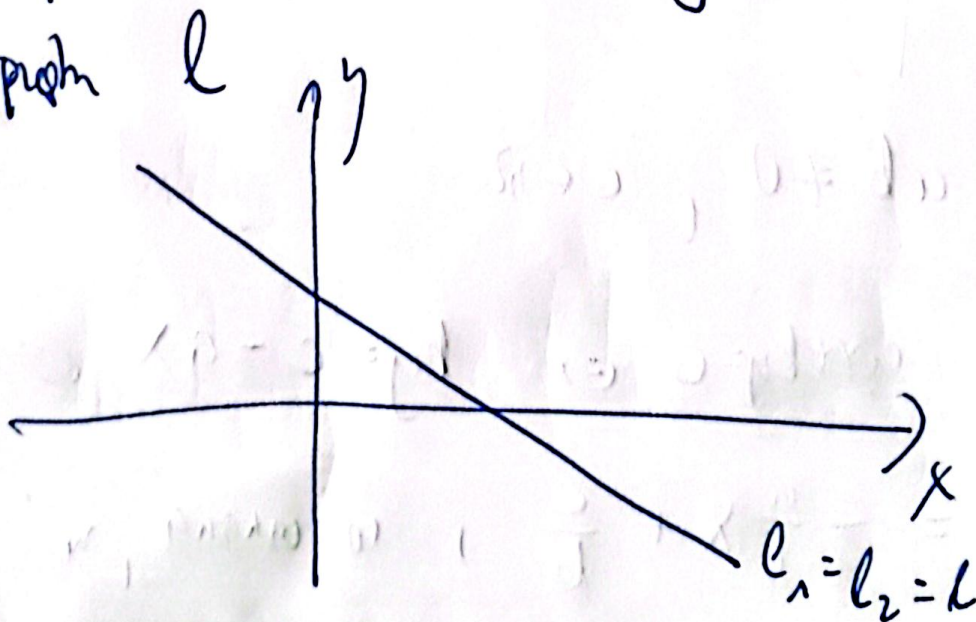
(i) Prove l_1, l_2 are non-parallel, i.e. not parallel



Why $l_1 \cap l_2 = \emptyset$.

Meaning, it is called (#) parallel.

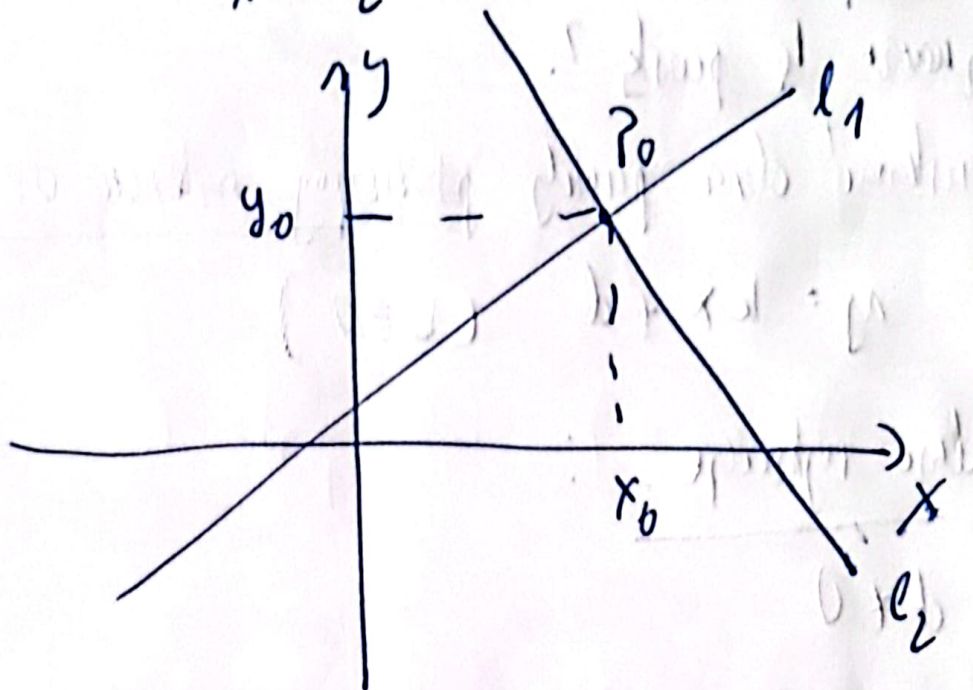
(ii) Prove $l_1 = l_2 = l$. Why sometimes parallel



Meaning, it is called non-parallel.

(iii)

$$l_1 \cap l_2 = P_0(x_0, y_0)$$



Why we write P_0 of P_0 ?

Mean, it is called P_0 origin

Zadanie

Rozwiąż układ

$$a) \begin{cases} x + y = 2 \\ 4x + 4y = 8 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x + y = -1 \\ 3x + 3y = 2 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} -x + 2y = 7 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$$

Nierówności liniowe o 2 niewiadomych.

Wzrosty takie nierówności

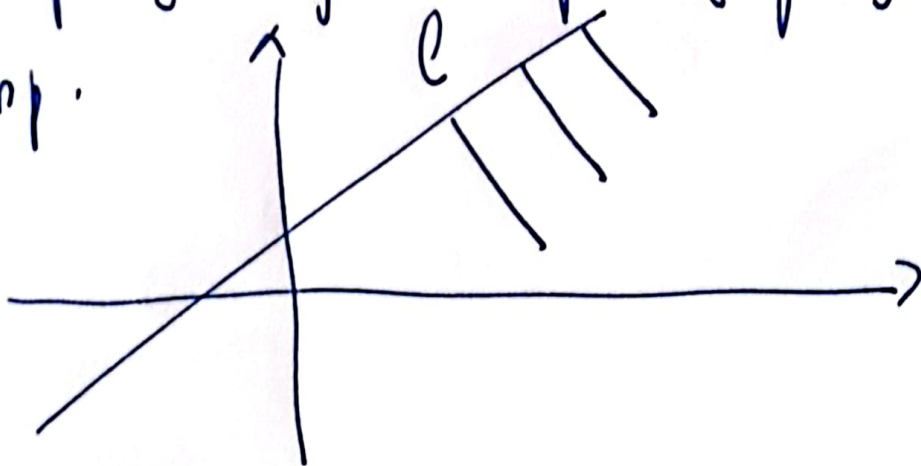
(##) $ax + by \leq c$, gdzie

$\leq$ oznacza jedną z nierówności " $<$ ", " $>$ ",
" $\leq$ ", " $\geq$ ".

Strzałki.

Gdy równanie $ax + by = c$ ma
rozwiązanie (niepusty, jest to prostokąt L),

to rozwiązaniem (##) jest jedna z
postroncznych wyznaczonych przez to prostokąt L ,
np.

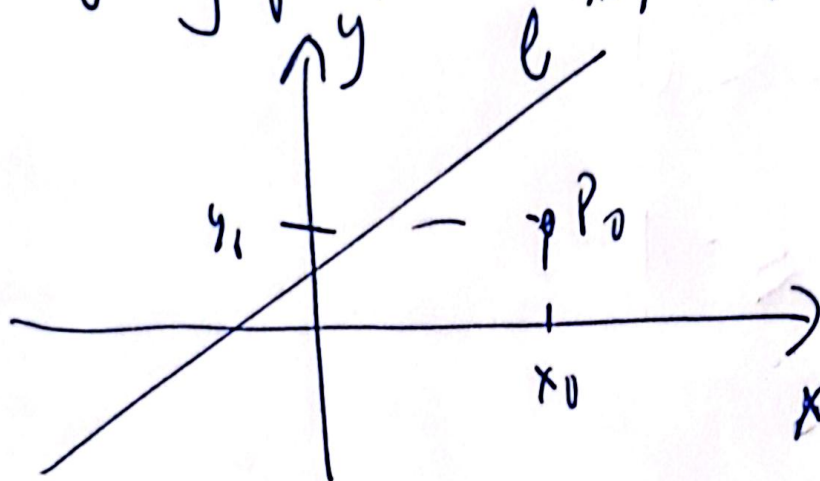


Uwaga. Dla przypadku " $\leq$ " lub " $\geq$ " do
rozwiązania należy L .

Dalej zastanówmy się nad sytuacją przedstawioną w Strzałkach.

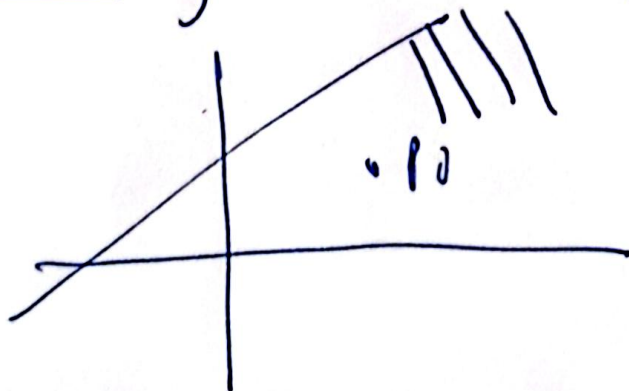
Problem . Jak wybrać właściwy podejście?

Rozwiązanie : Metody „prób i błędów”, dokładny
wyliczający punkt $P_0(x_0, y_0)$ z którego to stanu

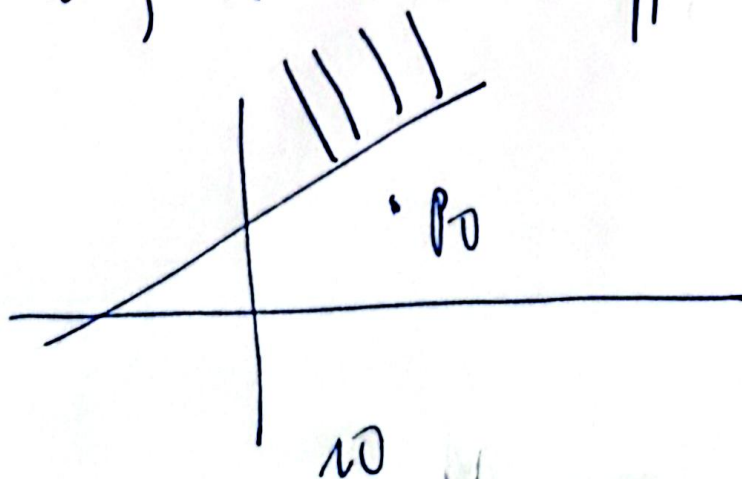


i spracuję, czy spełnia wymagania? (##) /.

Jeli „tak”, to wzmacniam p



Jeli „nie”, to wzmacniam p



Zadanie

Równania nierówności:

a) $-x + 3y \geq 7$

b) $5x < 0$

c) $2y \leq -1$