

M.D. - zajęcia zaplanowane na 25.03.2020 (cz. 1)

Temat. Problematyka ujęta na liście zadań nr 5:

- a) metody zliczania
- b) permutacje i jej własności

Pod linkiem poniżej znajdziecie Państwo dokument, który przedstawia „lekcje” wprowadzające do metod zliczania. Proszę zapoznać się z jego treścią. W arch. 3 znajdziecie ilustrację tych metod na licznych przykładach. W arch. 4 podany jest przegląd podstawowych metod zliczania. W dodatku przedstawiono zasady indukcji matematycznej. Należy przejść, w tematach te będą omawiane na dwóch kolejnych zajęciach: 25.03 i 1.04.

Kolejności omawianych zadań:

I. 4.2.12, 5, 6 } cz. 1

II 4.2.20, 4.2.21, 4.2.22 } cz. 2

III 8, 9.

Zad. 4.2.12

Oznacz przez Bin_n - zbiór wszystkich ciągów binarnych długości n , czyli $b \in \text{Bin}_n \equiv b = (b_1, b_2, \dots, b_n)$
 $b_i \in \{0, 1\}$.

- 2 -

Nich

$$A \subset \text{Bin}_n, \text{ gde}$$

$$b \in A \equiv b \in \text{Bin}_n \wedge b_1 = b_2 = 1, b_3 = 0$$

Uwaga Zwróć „zacznajęch się od dubla jedynok”
interpretacji p. następnej: teni myślni b₃ to
ciężki jest równy 0, w przeciwnym razie możliwość na
pozostałe trzy jedynki!

$$\text{Dlaczego } b \longleftrightarrow \tilde{b} \in \text{Bin}_{n-3}, \text{ gdzie}$$

$$b = (1, 1, 0, \tilde{b})$$

$$\text{Dlaczego } |A| = |\text{Bin}_{n-3}| = 2^{n-3}$$

Jeśli zliczy dla ustalonego $n \geq 3$, to koniec.

W przeciwnym razie, jeśli ciężki dłuższy niż wyliczenie
z nieskończonych ciągów binarnych, to odp. ma postać

$$\sum_{n \geq 3} 2^{n-3} = \sum_{n \geq 0} 2^n.$$

Zad 5

Dany p zbiór n -el.

$A = \{a, b, \dots, j\}$ - fu. alfabet.

Tworzy stowiki w oparciu o A , $S(A)$,

gdzie

$$s \in S(A) \equiv s = l_1 l_2 l_3 \dots l_j,$$

$$\downarrow$$

stowo $l_j \in A$.

Ze stowika $S(A)$ wybieramy pewien jego zbiór:

$\tilde{S} \subset S(A)$, gdzie

$s \in \tilde{S} \equiv s \in S(A)$ i "może powstać" nie tylko z liter
 "a" i co najwyżej 3 ram.

Aby zliczyć zbiór $\tilde{S}$, zauważymy, że może on
 następująco składać:

$$\tilde{S} = S_0(A) \cup S_1(A) \cup S_2(A) \cup S_3(A)$$

gdzie $S_j(A) \subset S(A)$ składa się z tych słów, u których

"a" pojawia się dokładnie j -razy, gdzie

$S_0(A)$ - "a" nie pojawia się.

-4-

Z zasady addytywności (p. opisowa)

$$|\tilde{S}| = |S_0(A)| + |S_1(A)| + |S_2(A)| + |S_3(A)|$$

Zliczamy kolejne składniki:

$|S_0(A)|$: aby powstało słowo $s_0 \in S_0(A)$ trzeba:

- wybrać 5 el. pochodzących z A
- uporządkować el. tego zbioru.

Z zasady wielokrotnego wyboru (p. opisowa)

$$|S_0(A)| = \binom{10}{5} \cdot 5!$$

$|S_1(A)|$ - wybrać 4 el. zb. $B \subset A$ i 343
- uporządkować el. zb. B i 343

Z Z.W.W.

$$|S_1(A)| = \binom{9}{4} \cdot 5!$$

$|S_2(A)|$: - wybrać 3 el. zb. $B \subset A$ i 343
- wybrać ze zb. 5 el. 2 następne na „9”
- powstałe 3 doświadczenia el. zb. B .

Z Z.W.W.

$$|S_2(A)| = \binom{9}{3} \binom{5}{2} \cdot 3!$$

-5 -

- $|S_3(A)|$:
- wybór 2 el. zb. $B \subset A$ 34
 - wybór 2 el. zb. $\bar{B}$ 3 11 11
 - pozostał 2 obrotów el. zb. B

$$|S_3(A)| = \binom{9}{2} \cdot \binom{5}{3} \cdot 2!$$

Zad. 6 prosy spróbować rozwiązać samodzielnie!