

MD zajęć zaplanowane na 20.05 (kontynuacja)

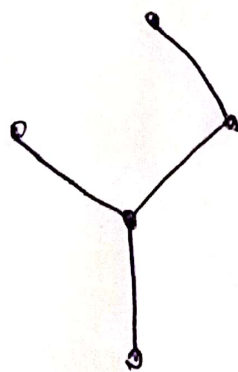
Temat Lich 10 - grafy planarne

Wprowadzamy do tw. Eulera 0 regionów. Wiemy, że jest
 $G = (W, K, \delta)$ p. grafem planarnym, to dla r -liczby
regionów spełnia warunki (region = obszar)

$$r = |K(G)| - |W(G)| + 2$$

Nich teraz G był drzewem, czyli grafem spójnym
(każde dwa wierzchołki łączy co najmniej jedno
droga) oraz acyklicznym (czyli bez cykli).

Np.



Wtedy $|W(G)| = |K(G)| + 1$.

Dlatego $r = |K(G)| - (|K(G)| + 1) + 2 = 1$,
co daje odp. do zadania 3 pkt. 1

(2)

Nich teraz G ma dokładnie dwa cykle, czyli

$$G = C_1 \cup C_2, (*)$$

Zauważ, że jeśli G to cykle, to to są planarne i dzielą płaszczyznę na dwa obszary, bowiem

$$|K(G)| = |W(G)|$$

W (*) zachodzi jedna z propozycji:

$$a) C_1 \cap C_2 = \emptyset \text{ (nieprzeciętne)}$$

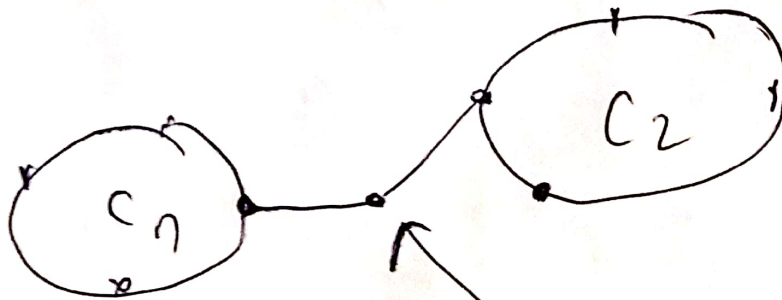
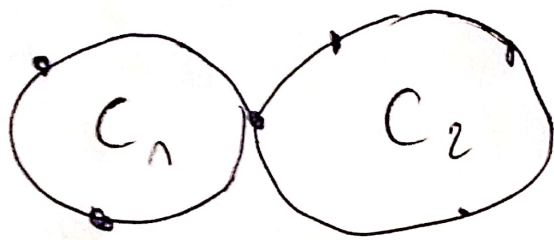
Wtedy G to planarne (bo każdy C_1, C_2 taki jest oraz $C_1 \cap C_2 = \emptyset$) oraz

$r = 3$ (po jednym wierzchołku z C_1 i C_2 oraz jeden (wspólny) zewnątrz).

$$b) G \text{ to spójny cykl } C_1 \cap C_2 \neq \emptyset.$$

Wtedy C_1, C_2 są prostokąty albo wielokąty, albo chochoły (np. pojedyncze krawędzie) obrotowe

3



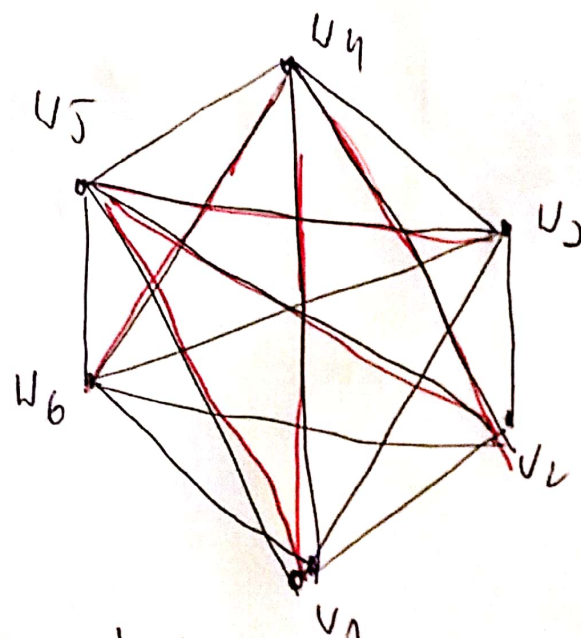
Wtedy, jeśli graf G jest acykliczny to G jest planarny.
Zakładamy, że graf G jest "potencjalnie" planarny, ale nie jest planarny, to musi mieć cykl, co przeczyłoby założeniu, że G ma być 2 cyklami.

Dlatego G jest planarny. Jest n , $n=3$.

(6)

Zad 4

Wzrosty graf petny K_6



Wzrosty jest, i K_6 nie p planarny (z II h. Eukl),
bo nie zachodzi nierówność

$$|K(6)| \leq 3|V(6)| - 6 \quad (*)$$

$$|K(6)| = 15$$

Problem. Czy da się usunąć z K_6 krawędzie, aby
 powstał graf $\tilde{G}$ prosty i planarny...

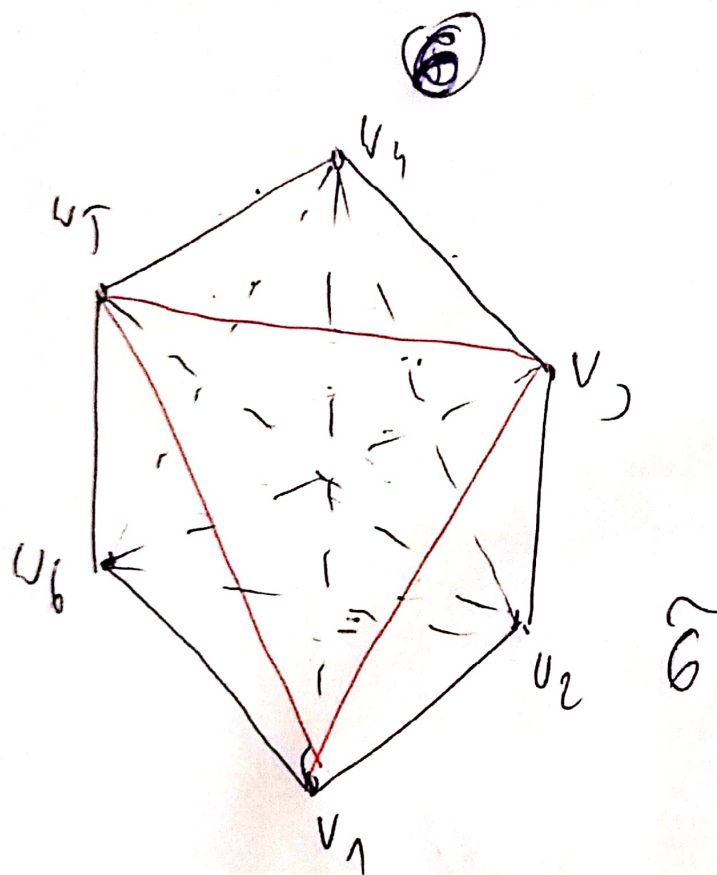
Jakiś fakt, że istnieje procedura, i trzeba
 usunąć krawędzie będą najmniejszych (dlaczego?)

5

$Z(x)$ najmanje, 4

$|K(6)| \leq 12$, zatim do usunuti

se co najmanje 3 kugle!



limite powyższy zagnany kładc ustrzyk: #G

Jaka p, u $\tilde{G}$ p plany i spójny.

Mam inay: z $\tilde{G}$ usowy (u_5, u_3) i zsbpny (u_1, u_4) itd.

Mam uhy: $K(\tilde{G}) = 9$, $U(\tilde{G}) = 6$

$$\alpha = 5$$

Sprawy, cy zschu' d. Enke o reapiend

$$\alpha = K(\tilde{G}) - U(\tilde{G}) + 2$$

$$\begin{matrix} \text{"} \\ 5 \end{matrix} \begin{matrix} \text{"} \\ 9 \end{matrix} - 6 + 2 \quad \underline{\underline{TAK}}$$

Uzasadni, a p' do najmnijnsz liabz kagyd!