

Informatyka 1

semestr letni 2020/2021

egzamin podstawowy do kursu

Matematyka Dyskretna

25 maja 2021 r.

dr inż. Ryszard Rębowski

Do rozwiązania jest 6 zadań punktowanych w skali 0-5 punktów. Zadania proszę rozwiązywać na osobnych kartkach. Każdą z nich proszę czytelnie podpisać. Całość skanujemy do pliku w formacie pdf oraz wysyłamy na adres wykładowcy rrebowski@gmail.com oraz do Projektu w classroomie. Czas 90 minut.

Tematy zadań:

1. Sprawdzić, czy prawdą jest, że

$$\forall_{p,q \in \mathcal{L}} ((p \rightarrow q) \wedge ((p \rightarrow q) \rightarrow p)) \rightarrow p.$$

2. Sformułować Zasadę Indukcji Matematycznej, a następnie udowodnić, że

$$\forall_{n \geq 1} 6 | n^3 - n.$$

3. Niech $S(n, k)$ oznacza liczbę Stirlinga drugiego rodzaju, czyli liczbę wszystkich k -elementowych partycji zbioru n -elementowego.

Wiedząc, że

$$\forall_{1 < k < n} S(n, k) = S(n-1, k-1) + kS(n-1, k)$$

obliczyć $S(n, 2)$ dla $n > 2$.

4. Niech $\mathcal{R} \subset X \times X$, $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, gdzie $\forall_{x,y \in X} x \mathcal{R} y \equiv y|x$. Narysować graf \mathcal{R} i podać jej macierz sąsiedztwa. Czy \mathcal{R} jest przechodnia? Odpowiedź uzasadnić.
5. Niech $\mathcal{R} \subset \mathbb{N} \times \mathbb{N}$, gdzie $\forall_{n,m \in \mathbb{N}} n \mathcal{R} m \equiv 2|(n+m)$. Uzasadnić, że \mathcal{R} jest relacją równoważności. Wyznaczyć klasę abstrakcji $[2021]_{\mathcal{R}}$.
6. Dany jest graf $G = (W, K, \gamma)$, gdzie odpowiednio:

$W = \{w_1, w_2, \dots, w_9\}$, $K = \{k_1, k_2, \dots, k_{14}\}$ oraz

$\gamma(k_1) = \{w_6, w_7\}$, $\gamma(k_2) = \{w_7, w_8\}$, $\gamma(k_3) = \{w_6, w_8\}$, $\gamma(k_4) = \{w_8, w_9\}$,
 $\gamma(k_5) = \{w_5, w_9\}$, $\gamma(k_6) = \{w_5, w_8\}$, $\gamma(k_7) = \{w_6, w_5\}$, $\gamma(k_8) = \{w_5, w_4\}$,
 $\gamma(k_9) = \{w_1, w_5\}$, $\gamma(k_{10}) = \{w_6, w_2\}$, $\gamma(k_{11}) = \{w_1, w_2\}$, $\gamma(k_{12}) = \{w_2, w_5\}$,
 $\gamma(k_{13}) = \{w_2, w_3\}$, $\gamma(k_{14}) = \{w_3, w_4\}$.

Narysować jego wykres. Uzasadnić, że jest to graf Eulera.