Uzupełnienie do W 9
Kurs PSK

1°. Uwagi do I metody generowania l. (pseudo) losowych.

Algorytm

(*)
$$X_n = X_0 \quad (n=0) \quad \text{„seed"}$$
$$X_{n+1} = (aX_n) \pmod{m}$$

jest przykładem tzw. LCG (Linear Congruential Generator)

W wersji (*) nazywamy ten generatorem multiplikatywnym Lehmera. (1951r)

Widać, iż $\exists\, k \in \mathbb{Z}_+ \; X_{n+k} = X_n$, i wtedy k nazywamy okresem.

Można udowodnić, że

Dla (*), jeśli $m = 2^L$, $L \geq 4$ to okres $k = 2^{L-2} \iff$ 1) X_0 nieparzyste

2) $a \equiv 3 \bmod 8$ lub $a \equiv 5 \bmod 8$, albo $r_8(a) \in \{3, 5\}$.

ZAD 1

Przetestować własności LCG.

ZU: Jedną z metod weryfikacji „losowości" generatora jest interpretacja geometryczna $(u_1, u_2, u_3, \ldots)$

W wersji $n=2$ polega na tym, że

a) generujemy

$(u_1, u_2, u_3, \ldots, u_n)$

b) bierzemy

$P_1 = (u_1, u_2)$, $P_2 = (u_2, u_3)$, ..., $P_k = (u_k, u_{k+1})$

$k = 1, \ldots, n-1$

c) nanosimy te punkty

Powstały struktury będą się pod kątem przyjmujących się regularności (np. pasy, okręgi).
Obserwuje się bowiem efekt „chodzącego" wcześniej P_j.

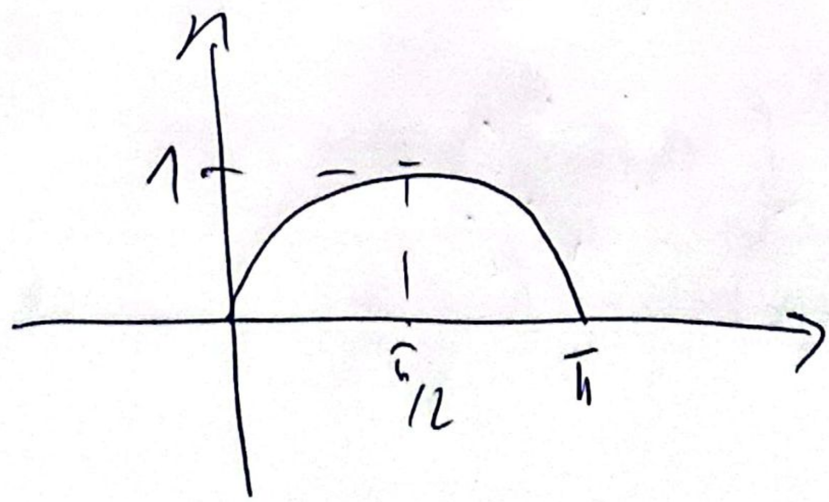
ZAD.

Zastosować powyższy procedury dla $L=100$, dla obu algorytmów.

2° Kolejna metoda aproksymacji π

Bierzemy

$$[0,\pi] \ni x \longrightarrow \sin x \in [0,1]$$



Wtedy

$$\int_0^{\pi} \sin x\,dx = -\cos x \Big]_0^{\pi} = -\cos\pi + \cos 0 = 2$$

Ale $$\int_0^{\pi} \sin x\,dx = \pi \int_0^1 \sin \pi t\,dt \quad , \text{ skąd}$$

$x = \pi t$

$$\pi = \frac{2}{\int_0^1 \sin \pi t\,dt}$$

Stosując MMC dla całki $\int_0^1 \sin \pi t\,dt$, dostajemy

$$\pi \approx \frac{2}{MMC\left(\int_0^1 \sin \pi t\,dt\right)}$$

W załączonych materiałach podano przykład.

ZADANIE

Wygeneruj $L = 1000$ LCG/losowych i oszacuj π wykorzystując powyższy algorytm.