PSK – zajęcia zaplanowane na 7.05.2020 r.

Temat. Ujęcie deterministyczne problemu symulacji metodą zdarzeń dyskretnych (MZD).

Wstęp

Do tej pory zjawisko symulacji postrzegane było stochastycznie. Oznaczało to, że zjawisko symulacji ≡ zjawisko losowe, a w konsekwencji mające rozkład prawdop. X. Wynikiem symulacji był efekt generowania wartości takiego rozkładu. W praktyce obserwacja jak i opis zjawiska symulacji metodą stochastyczną wymaga uwzględnienia efektu upływu czasu, co sprowadza się do generowania procesu stochastycznego (np. procesu Poissona), co pokazaliśmy na wcześniejszych wykładach.

W sytuacjach mniej „złożonych" opis zjawiska symulacji można „uprościć" i sprowadzić do jego opisu przy użyciu metod deterministycznych*, w tzw. podejściu zdarzeń dyskretnych (PZD).

Poniżej przedstawimy koncepcję PZD.

* Jak zobaczymy w przykładach będziemy mieli opis HYBRYDOWY: stochastyczno-deterministyczny.

Koncepcja symulacji w PZD

Kluczem tej koncepcji są pojęcia ZMIENNYCH i ZDARZEŃ.

~~Są~~ Proces symulacji realizuje się poprzez śledzenie aktualnych wartości zmiennych, adekwatnie do zaistniałych zdarzeń.

Rozróżniamy 3 rodzaje zmiennych:

1) zmienną czasową t – określa ona miarę czasu jaki upłynął

2) zmienna licznikowa – jej zadaniem jest śledzenie i pomiar częstotliwości pojawiania się danego zdarzenia w czasie t

3) zmienna systemowa (CSS) – opisuje ona STAN SYSTEMU w chwili t

Pojawienie się każdego zdarzenia (jako nowego albo w wyniku powtórzenia) powoduje zmiany wartości tych zmiennych.

W celu ustalenia, kiedy nastąpi następne zdarzenie, utrzymywana jest lista zdarzeń, która zawiera wykaz najbliższych przyszłych zdarzeń i czasy ich pojawienia się.

Kiedy takie zdarzenie, zgodnie z tą listą pojawi się, resetujemy jej zmienną czasu, zmienną licznika i SS, a następnie przyjmują one aktualne wartości.
W taki sposób, metody MZD śledzą w stanie ewolucję systemu w funkcji czasu.

MZD na przykładzie MODELU RYZYKA UBEZPIECZENIOWEGO

Metodą symulacji w podejściu MZD ocenimy ryzyko utraty płynności finansowej firmy ubezpieczeniowej w zadanym okresie czasu w wyniku realizowania swojej działalności statutowej.
W tym celu przyjmiemy założenia:

1) dotyczące generowania roszczeń odszkodowawczych przez ubezpieczonych pod adresem ubezpieczyciela: są zgodne z niezależnymi procesami Poissona ze wspólną stawką λ (współczynnik wzrostu), oraz każda kwota roszczenia ma rozkład F
2) firma pozyskuje nowych klientów zgodnie z procesem Poissona ze stawką V ~~

3) każdy obecny ubezpieczony w firmie pozostaje w niej zgodnie z rozkładem $W(\mu)$ (wykładniczy).

4) każdy ubezpieczony płaci firmie (stawka ubezp.) według stałej stawki c za jednostkę czasu.

Na początku okresu oceny ryzyka mamy:
a) n_0 klientów
b) $a_0 \geq 0$ kapitału początkowego.

Podejście symulacji w podejściu MZD

Określmy zmienne:

- Zmienna czasu: t
- Zmienna SS: (n, a)

  n - # ubezpieczonych
  a - kapitał firmy

Zdarzenia:

Wyróżniamy 3 zdarzenia:

(i) nowy ubezpieczony (jako klient firmy)

(ii) utracony ubezpieczony

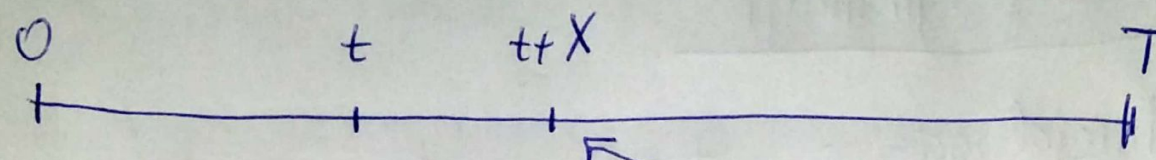
(iii) roszczenie

Lista zdarzeń EL składa się z jednej wartości równej czasu t_E, w którym pojawia się zdarzenie następne. Jest to możliwe, ponieważ w założeniu (3) mowa jest o rozkładzie wykładniczym.

W szczególności, jeśli (n,a) jest wartością stanu w chwili t, to czas kiedy nastąpi kolejne zdarzenie będzie równy $t+X$, gdzie $X \in W(\nu+n\mu+n\lambda)$.

Co więcej, bez względu na to, kiedy nastąpi kolejne zdarzenie, będzie ono wynikać z rozkładu:

- nowy ubezpieczony z prawdop. $\dfrac{\nu}{\nu+n\mu+n\lambda}$
- utracony ubezp. z prawd. $\dfrac{n\mu}{\nu+n\mu+n\lambda}$
- roszczenie z prawd. $\dfrac{n\lambda}{\nu+n\mu+n\lambda}$.



(n,a)

nowe ub.	utrata	roszczenie
$\frac{v}{v+n\mu+n\lambda}$	$\frac{n\mu}{v+n\mu+n\lambda}$	$\frac{n\lambda}{v+n\mu+n\lambda}$

Po ustaleniu kiedy nastąpi kolejne zdarzenie, generujemy liczby losowe, aby określić, która z 3 możliwości spowodowała to zdarzenie.

Na tej podstawie aktualizujemy wartości SS (n,a).

<u>**Czyli**</u>: dla danej wartości SS: (n,a), $X \sim W(v+n\mu+n\lambda)$,

$J(\Omega) = \{1, 2, 3\}$ o rozkładzie j.w.

„nowe ub" „utrata" „roszczenie"

Y – zm. losowa o dystr. F opisująca kwoty roszczenia.

<u>Na wyjściu</u> symulacji otrzymamy zmienną:

$$I(\omega) = \begin{cases} 1, & \text{gdy } a \geq 0 \text{ w p. } [0,t] \\ 0, & \text{przeciwnie.} \end{cases}$$

Przebieg symulacji:

Inicjalizacja: $t=0$, $a=a_0$, $n=n_0$

generujemy X i inicjujemy

$t_E = X$

Aktualizacja systemu: przejście do kolejnego zdarzenia, o ile $t_E \leq T$.

Przypadek 1 $\quad t_E > T$

$I = 1$ STOP

Przypadek 2. $\quad t_E \leq T$

Reset

$a = a + nc(t_E - t)$

$t = t_E$

Generuj J:

$J=1$: reset $n = n+1$

$J=2$: reset $n = n-1$

$J=3$: Generuj Y. Jeśli $Y > a$, $I=0$ & STOP, w przeciwnym razie $a = a - Y$.

Generowanie X: reset $t_E = t + X$

Aktualizacja systemu po powtarzaniu, aż do chwili $t_E = T$.

ZADANIE

Załóżmy, że roszczenia są zgłaszane do firmy ubezpieczeniowej zgodnie z procesem Poissona ze stawką 10$ za dzień. Kwota roszczenia jest zmienną losową o rozkładzie wykładniczym o wartości średniej 1000$. Firma ubezp. otrzymuje płatności w sposób ciągły w czasie według stawki stałej 11000 $ dziennie. Zaczynając od kapitału początkowego w wysokości 25.000 $, użyć symulacji, aby oszacować prawdop. że kapitał będzie zawsze dodatni przez pierwszych 365 dni.