

Podstawy Teorii Informacji

W1

Kierunek: Informatyka 1

Semestr: zimowy, rok ak. 2026/2027

forma: wykład 8x2h

wykładowca: dr inż. Ryszard REBOWSKI

e-mail: rebowski@gmail.com

WWW: www.pnsz-legnica.edu.pl/~rebowski

Organizacja kursu

1°. Wykład 1. i 8. w trybie stacjonarym, Pozostałe on-line

2°. On-line w ramach classroomu PTI

3°. Materiały do wykładu na stronie wykładowcy

— Zalecałka Podstawy Teorii Informacji

(Opis kursu, literatura, karta modułu)

— zalecałka Zajęcia w trybie on-line semestr zimowy 2026/2027

(materiały do kolejnych wykładów oraz uzupełniające do samodzielnego studiowania)

— zalecałka Aktualności (sprawy bieżące)

4°. Kontakt z wykładowcą $\rightarrow$ e-mail

5°. Kurs musi kończyć się zdaniem na o!e!g .

ZASADY PODANE ZOSTANĄ PÓŹNIEJ .

(*) Jedynym z warunków (ale tylko KONIECZNYM) jest
obecność na zajęciach!

Matematyczne wprowadzenie do kursu

(i) Podstawowe oznaczenia

— zbiory: duże litery np. $X, A, B, \dots$

— zbiory liczbowe: $\mathbb{N}$ — l. naturalne

$n \in \mathbb{N} \Leftrightarrow n = 1 \text{ lub } 2 \text{ lub } 3 \text{ lub } \dots$

$\mathbb{Z}$ — liczby całkowite

$$\mathbb{Z} = -\mathbb{N} \cup \mathbb{N} \cup \{0\}$$



liczby przeciwnie do $\mathbb{N}$

$\mathbb{R}$ — liczby rzeczywiste

— pojęcie funkcji

Niech X dany (niepusty) zbiór ($X \neq \emptyset$) oraz
 A, B wybrane z X niepuste jego podzbiory,

czyli $A, B \subset X$

Przez funkcję f określoną na zbiorze A o własnościach

W zbiorze B rozumieją przyporządkowanie

każdemu $a \in A$ odpowiada dokładnie jeden $b \in B$,
który oznaczamy $b = f(a)$.

Zapisujemy to:

$$\forall A \ni a \longrightarrow \exists! b = f(a) \in B,$$

gdzie „ $\forall$ ” oznacza kwantyfikację ogólną
(ang. for all) „dla każdego”

„ $\exists$ ” oznacza kwantyfikację szczególną
„istnieje”

(ang. exist)

„ $\exists!$ ” istnieje dokładnie jeden.

Piszemy też $f: A \rightarrow B$,
 $A \xrightarrow{f} B$

Uwaga: A nazywamy dziedzina funkcji f .

Wtedy lepiej jest oznaczać $A = D_f$

$\{b \in B: \exists_{a \in A} b = f(a)\}$ nazywamy zbiorem

wartości funkcji f i oznaczamy go W_f .

Zatem $W_f \subset B$ i nie zawsze $W_f = B$ (!) /

⊛ FUNKCJA LOGARYTMICZNA

Nich $N_0 \subset \mathbb{N}$ skończony. Wtedy $|N_0|$ oznacza jego liczebność.

Nich $|N_0| = m \geq 2$. W takim przypadku będziemy załazywać, że

$$N_0 = \{1, 2, \dots, m\}.$$

Każdą funkcję $f: N_0 \rightarrow \mathbb{R}$

będziemy nazywać ciągami liczbowymi.

Dla $k \in N_0$, $f(k)$ - k -ty wyraz ciągu f .

Inna notacja cigan f :

$$f = (f(1), f(2), \dots, f(n)) \quad (\text{negativ}) \quad \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$$

Без потери общности $a_k = f(k)$, $k=1, 2, \dots, n$.

Wtedy $f = (a_k)_{k=1}^n = (a_1, a_2, \dots, a_n)$

Prinzip Oznanenie: $a_1 + a_2 + \dots + a_n = \sum_{k=1}^n a_k$

1^o, Ciąg arytmetyczny i geometryczny (szkoda!)

2^o, Cigge harmonicu : $(1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n})$

Rochine zbiru, partija

Нич $X \neq \emptyset$ - Kardy elidiv, kldup elementami

sz jakie potrzeby X naszym rodzic zbiorek

Rachiny oznaczone kreskami α, β, ϵ itd.

Pongkharu

$$H_c \times j.w.$$

(i) $\mathcal{L} = \mathcal{L}(\phi)$

(iii) $X = \emptyset$

$$(iii) \mathcal{A} = \{ \emptyset, X \}$$

(iv) $\mathcal{P}(X)$ - rodzinę zbiorów z wszystkich podzbiórów zb. X , czyli

$$A \in \mathcal{P}(X) \Leftrightarrow A \subset X$$

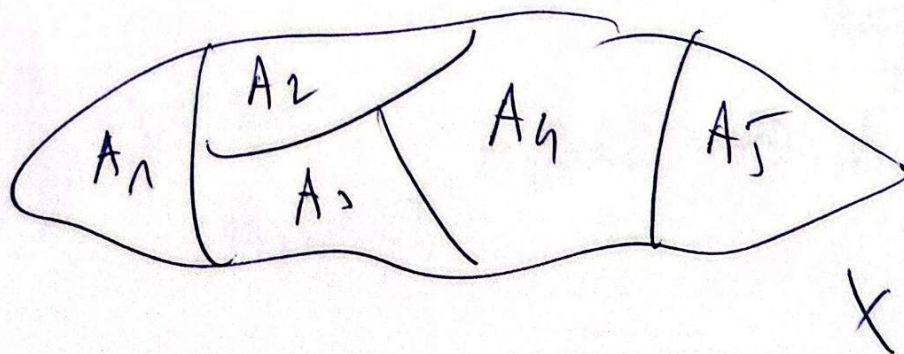
Problem 1 Niech $|X| = n$.

Obliczyć $|\mathcal{P}(X)|$.

Przez (składowe) partycje zbioru X nazywamy rodzinę $\mathcal{P}_X = \{ A_1, \dots, A_k \}$ tzn.

$$1^\circ \quad \forall_{i \neq j} A_i \cap A_j = \emptyset$$

$$2^\circ \quad A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_k = X$$



Mówimy wtedy, że mamy rozbięcie X atomami A_i partycji $\mathcal{P}_X$.

Pojęcie modelu probabilistycznego (M.P.)

Na model probabilistyczny składają się 3 temu obiekty:
 (Ω, Σ, P)

$\Omega - (\neq \emptyset)$ zbiór, $\omega \in \Omega$ - punkt próbkowy

$A \in \Sigma \implies A \subset \Omega$, czyli

Σ - rodziną złożoną z pewnych podzbiórów Ω
o co najmniej następujących własnościach:

a) $\emptyset \in \Sigma$

b) $\forall_{A \subset \Omega} A \in \Sigma \implies A^c \in \Sigma$
 $\downarrow$ dopełnienie A

c) $\forall_{A, B \subset \Omega} A, B \in \Sigma \implies A \cup B \in \Sigma$

Problem 2

Nich Σ o własnościach j.u.

Uzasadnić, że

$$(.) \mid A, B \in \Sigma \Rightarrow A \cap B \in \Sigma$$

$$(\dots) \mid A, B \in \Sigma \Rightarrow A \cup B \in \Sigma$$

Pokazać Σ o własnościach j.u. nazywamy

σ -ciałem (σ - „sigma”), natomiast

$A \in \Sigma$, zdanieniem.

Problem 3

Nich $X \neq \emptyset$. Wskazać najmniejsze
 σ -ciało

Problem 4. Nich $|X| = n, n \geq 2$. Wskazać
największe σ -ciało Σ .

Obliczyć $|\Sigma|$.

P to funkcja ,

$$P: \Sigma \rightarrow [0, 1], \text{ cyf.}$$

$$\forall A \in \Sigma \quad A \rightarrow P(A) \in [0, 1]$$

o następujących własnościach:

$$a) P(\emptyset) = 0$$

$$b) \forall_{A \in \Sigma} P(A) + P(A^c) = 1$$

$$c) \forall_{A, B \in \Sigma} A \cap B = \emptyset \Rightarrow$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B).$$

P nazywamy funkcją prawdopodobieństwa , linij

$P(A)$ - prawdopodob. zdarzenia A .

Problem 3

$$a) P(\Omega) = ?$$

b) Uzasadnic'cie

$$\forall A, B \in \Sigma \quad P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$c) \quad \bigvee_{A, B \in \mathcal{E}} A \subset B \Rightarrow P(A) \leq P(B)$$

d) Nidh

2 $A_1, \dots, A_n$ parhigya Ω ,

$$P_k \stackrel{\text{df}}{=} P(A_k), \quad k=1, 2, \dots, n.$$

Urasachhi, n' dha cigga $(P_k)_{k=1}^n$ mammy:

$$(i) \quad P_k \in [0, 1)$$

$$(ii) \quad \sum_{k=1}^n P_k = 1.$$