

SI cniżem1 w trybie ON-LINE

1. 12. 2020, czł II

Temat . Prawo Niekłkch Linb Demandlyo i Centrale Tr. Graniny.

Wskp.

Istota ZL p' do, ie w chmli jego twam
obserwacji nie p' u stanie jednowarne, czyli na pewno
stwierdzić, co ni wydamy. Wier natomiast, i' do ocl
samego powstania co zdani' on' może.

Nakomit u nani twam ZL p' u stanie rozpraszani
między kłóściami zajiśa zdaniem zwanego z przebiegiem
ZL, czyli Qilny $T(A)$, $A \in \mathbb{Z}$.

Jak nny oder' on' do zawi za pomocą funkcji' dystr.
rozkładu prawdopodob. F , dokładnie

$$P(\exists u \in \mathbb{N}: X(u) < t) = F_X(t).$$

Przypusły na chmli, u X ma rozkład dyskrety, t.

$$d_X \begin{array}{c|c|c|c} x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ \hline p_1 & p_2 & \dots & p_n \end{array}$$

Wtedy w czasie twam ZL, wie, u

$$P(\exists u \in \mathbb{N}: X(u) = x_k) = p_k, \quad k = 1, \dots, n,$$

ale nie ma na pewno co zaobserwuje po jego
zakon'hem.

Tajna ni problem: co pomyje za najak danih
(i pojedynci) i jaka funkcja ZL ?

Zanim odprawy na to pytanie, najpierw pomyśl
niedokładnie cieżko. Należy wyznaczyć p.b. skomplikowane,
bolem $\forall x_0 \in \mathcal{X} \quad P(\text{tutaj: } X(x_0) = x_0) = 0(!)$.

Przebiegiem problemu jest pytanie EX - czekanie
średnie (albo oczekiwanie).

Poznaj oczekiwanie $X: \frac{0}{n} \mid \frac{1}{p}$ $EX = p \approx 30,14$

pytanie, i nie ośmiesz $X(x) \neq EX$.

Oczekuje to, i poprawny błąd. Skoro tak, to
pozwólmy czekać go - kontrolować.

Czyżby tak kontrola istnieć i zajmowała do
tego celu pytanie średniego kwadratu odchylenia;
czyli $\text{var}(X) = \sigma^2$.

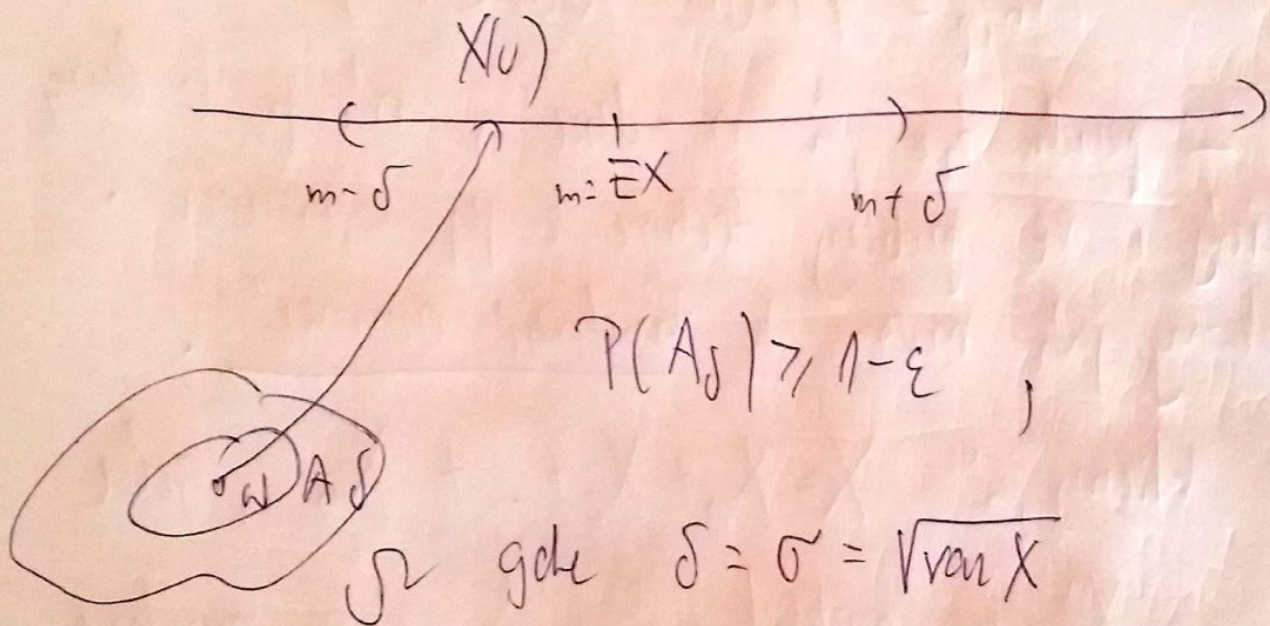
Wskazując, można udeścić, i

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \underbrace{P(\{\omega \in \Omega : |X(\omega) - m| < \delta\})}_{A_\delta} \geq 1 - \varepsilon,$$

gdzie $m = EX$.

Spljny na zdarzenie

$$A_\delta = \{\omega \in \Omega : X(\omega) \in (m - \delta, m + \delta)\}$$



Dlaczego σ - nazywamy „rozproszonym” (DISPERSJA).

Dlaczego u T.P. (ch i STATYSTYCE) nazywamy EX i $\text{var}(X)$

Oczywiste nam jest problem z m lub σ^2 , gdyż znając rozkład X - może być trudno obliczyć.

Albo gdyby na etapie obserwacji 2L nie możemy zakładać, iż znamy ten rozkład znany.
Co wtedy?

Np. Biały monety (niekome symetryczny!) ,
czyli $d_X \begin{array}{c|c} 0 & 1 \\ \hline q & p \end{array}$.

Wtedy $E X = p$. Jak wyznaczyć p ?

Problem ten ma rozwiązanie w postaci dr. MPWL
(można pisać wielokrotnie lub Bernoulli)

MPWL.

Niech X ma drugi moment (a nie σ^2 - m
istnieje!).

Dla każdego $n \geq 1$, mamy X_n oznacza kopię X ,
czyli ~~$X_1, X_2, \dots, X_n$~~

zobacz $X_n =$ wartość X oraz są stoch.
między

Białym zdaniem

$$A = \left\{ \omega \in \Omega : \frac{1}{n} (X_1(\omega) + X_2(\omega) + \dots + X_n(\omega)) \rightarrow p \right\}$$

Wtedy $P(A) = 1$.

Uwaga:

1°. Dla $\omega \in \Omega$, mamy ciąg liczb

$$\left(\frac{1}{n} (X_n(\omega) + \dots + X_n(\omega)) \right)_{n=1,2,\dots}$$

MPWL mian, n z przypad. 1, czyli na pewno,
ciąg ten jest zbieżny i ma granicę $= m = EX$.

2°. Z teorii ciągów liczbnych wiadomo, że dla $\omega \in \Omega$

liczba $\frac{1}{n} (X_n(\omega) + \dots + X_n(\omega))$ ma odzwierciedlenie
od EX (średniej geometrycznej) tak małe jako błąd,
co zapisać możemy

$$\frac{1}{n} (X_n(\omega) + \dots + X_n(\omega)) \approx m$$

3°. Wtedy problem staje się oczywisty:

$$\text{Należy } X_0 : \frac{0}{q} + \frac{1}{p} \quad p \in (0,1)$$

X_n - niezależne kopie X_0 .

$$\text{Wtedy } f_n(u) = \frac{1}{n} (X_n(u) + \dots + X_n(u)) =$$

$$= \frac{\#\{j: X_j(u) = 1\}}{n = \# \text{observing}}$$

Daher $f_n(u)$ nazywamy FREKUENCJA

MPUL mowi, $\wedge f_n(u) \approx p$

↓
"szukam co zgadzamy" "szukam 2
wzrostu"

W

Daher $f_n(u)$ nazywamy też PRAWDOPODOBIEŃSTWEM
EMPIRYCZNYM

p - PRAWDOPODOBIEŃSTWEM
TEORETYCZNE.

C.T.G. - Centralne Twierdzenie GRANICZNE.

Wzrost ciąg zm. losowych (X_n) jako u M.P.U.L.

Niech $Y_n = \frac{1}{n}(X_1 + X_2 + \dots + X_n)$

Co możemy powiedzieć o rozkładzie Y_n ?

Problem ten nazywamy C.T.G.

Nhóm câu

- scenarij ten cigg, qh'

$$Y_n - EY_n = Y_n - m$$

- unormiraj pomiraj myrih

$$Z_n = \frac{Y_n - m}{\sqrt{\text{var}(Y_n - m)}} = \frac{Y_n - m}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

$$\text{var}(Y_n - m) = \text{var}(Y_n) = \frac{n\sigma^2}{n^2} = \frac{\sigma^2}{n},$$

C.T.G. mđhi, q'

$$F_{Z_n}(t) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \Phi(t), \text{ qh'}$$

$$P(\text{Zuor: } Z_n(v) < t) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t e^{-u^2/2} du = \Phi(t)$$

$$\text{lub } \left[P(\text{Zuor: } Z_n(v) < t) \approx \Phi(t), \right. \\ \left. \text{o iđ n dostate duze} \right]$$

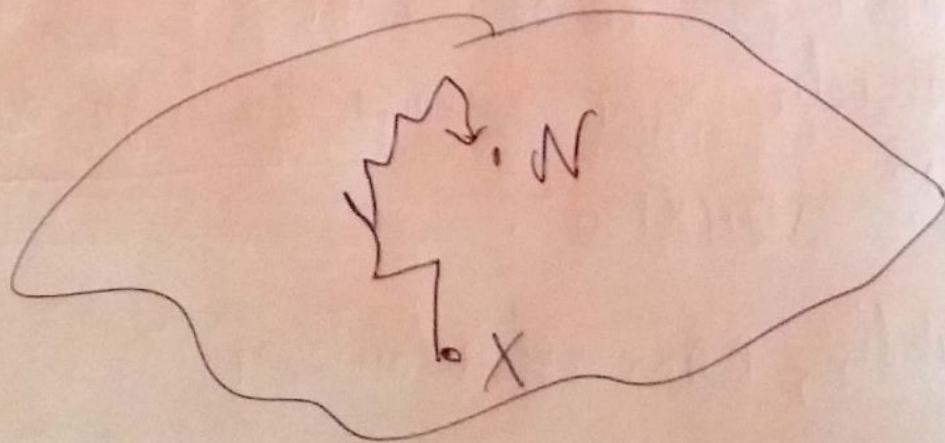
Zammy, u

$$\{u \in \mathcal{U}: Z_n(u) < t\} = \{u \in \mathcal{U}: \frac{1}{n}(X_n(u) + \dots + X_n(u)) < m + t \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\},$$

a zatem z poprzątku oznacza do, i ~~z~~

$\frac{1}{n}(X_n + \dots + X_n)$ w przybliżeniu ma
rozkład typu $N(m, \frac{\sigma^2}{n})$

Nhym swoje większości rozkładu (bo nie łatwo
ma 2-i moment!) ewoluuje do rozkładu
normalnego. Dlatego ten wzorek p'
CENTRALNYM (!).



Pokazemy teraz przykład, który prowadzi oddeleguje C.T.C.
Jest to do. tr. Moisina-Laplace'a.

Problem. Niech $X \in B(n, p)$, $n > 100$.

Obluzi: $P(A_{n,p})$,

$$A_{n,p} = \{ \omega \in \Omega : X(\omega) < t \}.$$

$\geq$ powiem do, i n -dane, n ! p b. d. dzę
liczy, se problemach z tej kategorie.
Pokazemy jak można to transformacji omini.

Wiemy, że $X = X_1 + X_2 + \dots + X_n$, gdzie

X_j ma rozkład $\frac{0}{q} \mid \frac{1}{p}$ i se niezależne

$$E X_j = p, \text{ var}(X_j) = pq.$$

Dlatego:

„ciężkość”

$$\{ \omega \in \Omega : X(\omega) < t \} = \{ \omega \in \Omega : \frac{1}{n} (X_1(\omega) + \dots + X_n(\omega)) < \frac{t}{n} \}$$

$$\stackrel{\text{centrowany}}{=} \{ \omega \in \Omega : \frac{1}{n} (X_1(\omega) + \dots + X_n(\omega)) - p < \frac{t}{n} - p \} =$$

$$\text{unnormal} = \int_{\text{weil:}} \frac{\frac{1}{n} (X_1(t) + \dots + X_n(t)) - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} < \frac{\frac{t}{n} - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} \}$$

Nur de Moivre's a priori Laplace's

Zurück, 4

$$F_X(t) = P(\text{weil: } X(t) < t) \approx \Phi\left(\frac{\frac{t}{n} - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}}\right),$$

so unsere nymn 2 C.T. 6.

Nur Symmetry Linien:

$$n = 200, p = 0.25, t = 50$$

→ ZAD. Pnemouchi' is (np. M Exel)

i' osnawar' adenty fomuly $\bar{F}_X(t)$ a

$$\Phi\left(\frac{\frac{t}{n} - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}}\right).$$