

SI materiał do wykładu 15.12.2020
C2. II. T. Metody wnioskowania statystycznego.
- kontynuacja.

ETAP 5. cd.

Pokażemy teraz w jaki sposób realizujemy m. E.P. dla
wybranych rozkładów.

Zadanie:

Dla cedy $X \in G$, pobrano p.p.

$$(X_1, X_2, \dots, X_n) = (X_1, X_2, \dots, X_n) (U_n) .$$

W drodze etapu 4 ustalono, że $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, gdzie
 σ^2 jest znane, $n = ?$.

Na poziomie istotności $\alpha \in (0, 1)$ skonstruujemy
punktowy test (Z_1, Z_2) , który pozwoli nam
estymować μ .

Pokażemy, że

$$Z_1(u) = \bar{X}_n(u) - n_2 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \quad \text{gdzie}$$

$$Z_2(u) = \bar{X}_n(u) + n_2 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \quad \text{gdzie}$$

$$\bar{X}_n = \frac{1}{n}(X_1 + X_2 + \dots + X_n), \quad n_2 \text{ linij,}$$

dlużej

$$(\#) P(\text{druki: } m \in (Z_1(u), Z_2(u))) = 1 - \alpha.$$

Wyznamy n_2 .

Mamy kolejno:

$$\# \Leftrightarrow P(\text{druki: } \bar{X}_n(u) - n_2 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < m < \bar{X}_n(u) + n_2 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}) = 1 - \alpha$$

$$\Leftrightarrow P(\text{druki: } -n_2 < \frac{\bar{X}_n(u) - m}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < n_2) = 1 - \alpha$$

$$\Leftrightarrow P(\text{druki: } \left| \frac{\bar{X}_n(u) - m}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \right| < n_2) = 1 - \alpha.$$

Zachodzą 2 przypadki:

(i) X ma rozkład normalny,

Wtedy $\frac{\bar{X}_n - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \in N(0,1)$, zatem

$$P(\text{dopuszczalne: } \left| \frac{\bar{X}_n - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \right| < n_\alpha) = 1 - \alpha \quad (=)$$

$$\Phi(n_\alpha) - \Phi(-n_\alpha) = 1 - \alpha \quad (=)$$

$$2\Phi(n_\alpha) - 1 = 1 - \alpha \quad \text{co daje}$$

wzrostu na n_α ma postać:

$$\boxed{\Phi(n_\alpha) = 1 - \frac{\alpha}{2}}$$

Z tabeli $N(0,1)$ mamy:

$$\text{Dla } \alpha = 0,05, \quad \Phi(n_\alpha) = 0,975 \Rightarrow n_\alpha = 1,96$$

Ponadto n musi być większe, np. $n = 5$!

(i') X nie ma $N(m, \sigma^2)$, albo nie mamy σ mł.
 Why stosujemy C.T.G., co oznacza, że

$$\frac{\bar{X}_n - m}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \approx N(0, 1)$$

Zatem dla odpowiednio dużych n ($n \geq n_0$)

$$P(\text{zwróć: } \left| \frac{\bar{X}_n(u) - m}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \right| < n_2) = 1 - \alpha \Leftrightarrow$$

$$\Phi(n_2) - \Phi(-n_2) \approx 1 - \alpha \quad (!!!)$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{\Phi(n_2) \approx 1 - \frac{\alpha}{2}}_{\text{}}.$$

Why dla takiego n_2 i n (pamiętaj o zaokrągleniu,
 czy $X \in N$, czy $X \notin N$) mamy

$$P(\text{zwróć: } \bar{X}_n(u) - n_2 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < m < \bar{X}_n(u) + n_2 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}) \stackrel{!}{=} \underbrace{1 - \alpha}_{1 - \alpha}$$

Soient μ_0 , σ

$$(X_1, X_2, \dots, X_n) = (X_1, X_2, \dots, X_n) / \mu_0, \text{ men}$$

$$m \in \left(\bar{X}_n(\mu_0) - n\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X}_n(\mu_0) + n\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$$

z pr. $1-\alpha$, qd

$$\bar{X}_n(\mu_0) = \frac{1}{n} (X_1 + X_2 + \dots + X_n)$$

==

Zadanie

Dla cech $X \in N(m, (\sigma^2))$ P.6.

podano P.P.

(*) (1,75, 2,01, 1,81, 1,45, 1,78, 1,9, 1,95, 1,95, 1,87)

($n=9$).

Na poziomie istotności $\alpha=0,05$ testujemy m .

Roz.

Z założenia $\exists w_0 \in \Omega$, w którym losowo
($X_1, X_2, \dots, X_9$) mamy

$$(X_1, X_2, \dots, X_9)(w_0) = (*)$$

Ponieważ X ma wzrost normalny, dlatego P.P.
($n=9$) jest wystarczająca!

Konstrukcja p. losowy bierze odpowiednio:

$$Z_1(u) = \bar{X}_g(u) - n_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{g}}, \quad \sigma = \sqrt{6}$$

$$Z_2(u) = \bar{X}_g(u) + n_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{g}}, \quad n_\alpha = 1,96 \\ \text{dla } \alpha = 0,05.$$

Mamy wtedy:

$$P(\omega \in \Omega: Z_1(u) < m < Z_2(u)) = 1 - \alpha = 0,95$$

Zadani dla $u = u_0$

$$m \in (Z_1(u_0), Z_2(u_0)) \text{ z prawd. } 0,95.$$

Ala

$$Z_1(u_0) = 1,87 - 1,96 \frac{\sqrt{6}}{5} \approx 0,27$$

$$Z_2(u_0) = 1,87 + 1,96 \frac{\sqrt{6}}{5} \approx 2,46$$

gdz $\frac{1}{9} (x_1 + x_2 + \dots + x_9) = 1,8$,

zatem

$m \in (0,23; 3,46) \approx m. 0,95$
p'own. problemu eschymag'.