Kurs: SPC

Wykład 5

Temat: Analiza stabilności i zdolności P.P.

1°. Wprowadzenie do SPC – model statystyczny P.P.

Założenia: Zmienność P.P. (będzie jego składowy P.T. → OP) będą postrzegali jedynie jako losowe.

Oznacza to, że P.P. jest zjawiskiem losowym i jako takie ma swój model Kołmogorowa (Ω, Σ, P).

Niech X – cecha (atrybut) tego procesu, której wartości ma wpływ na podział i jego skutki dla tego procesu.

Wtedy X jest rozkładem prawdopodobieństwa (niekoniecznie znanym), który ma $m = EX$ i $\sigma^2 = Var(X)$.

Wielokrotna obserwacja tego procesu (np. w różnych chwilach czasu), która spełnia warunek

(*) $(x_1, x_2, \ldots, x_n) = (X_1, X_2, \ldots, X_n)(\omega_0)$,

gdzie $d(X_j) = d(X)$, $X_1, \ldots, X_n$ niezależne

jak wiemy daje tzw. PRÓBĘ PROSTĄ z populacji generalnej Ω dla cechy X.

Dalej przyjmujemy, że $X \in N(m, \sigma^2)$, gdzie m, σ^2 na ogół nie są znane, będzie X ma rozkład dyskretny.

Łatwo zastosować metody SMC potrzeba, że założenia to nie jest rzadkością

Z teorii prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej wiemy, że

(i) wynikami pomiarów (obserwacji) X przy $m = EX$ gdy obowiązuje SZN, czyli

$$\forall_{\varepsilon>0} \exists_{\delta>0} \; P(\{\omega\in\Omega : |X(\omega)-m|<\delta\}) \geq 1-\varepsilon,$$

gdy $\delta = t\sigma$, $\sigma = \sqrt{\operatorname{var} X} > 0$, $\left(\varepsilon = \frac{1}{t^2}\right)$ dla $t>0$.

(ii) m (przy jej nieznajomości) możemy estymować za pomocą próby prostej, czyli

$$m \approx \overline{X}_n(\omega_0) = \frac{1}{n}(X_1(\omega_0)+\ldots+X_n(\omega_0))$$

$$= \frac{1}{n}(x_1+x_2+\ldots+x_n),$$ o ile n odpowiednio jest duże.

Będzie wykorzystywana metoda estymacji przedziałowej.

(iii) σ^2 wariancję możemy estymować:

$$\sigma^2 \approx S^2(\omega_0) = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}(\overline{X}_n - X_k)^2(\omega_0)$$

Problem: O czym powinna próba prosta nas informować w kontekście jakości realizowanego procesu?

W tym celu opiszmy proces „wzorcowy”.

Zrobimy to poprzez dokładanie kolejnych restrykcji, których spełnienie jest wymagane, aby „takim móc być”.

(o) Pierwszym, naturalnym ograniczeniem są granice tolerancji (specyfikacji) założone przez konstruktora procesu.

i związane z nimi granice kontrolne.

Gdybyśmy nie stosowali metody SPC, to kryterium wyboru jest jasne: jeśli:

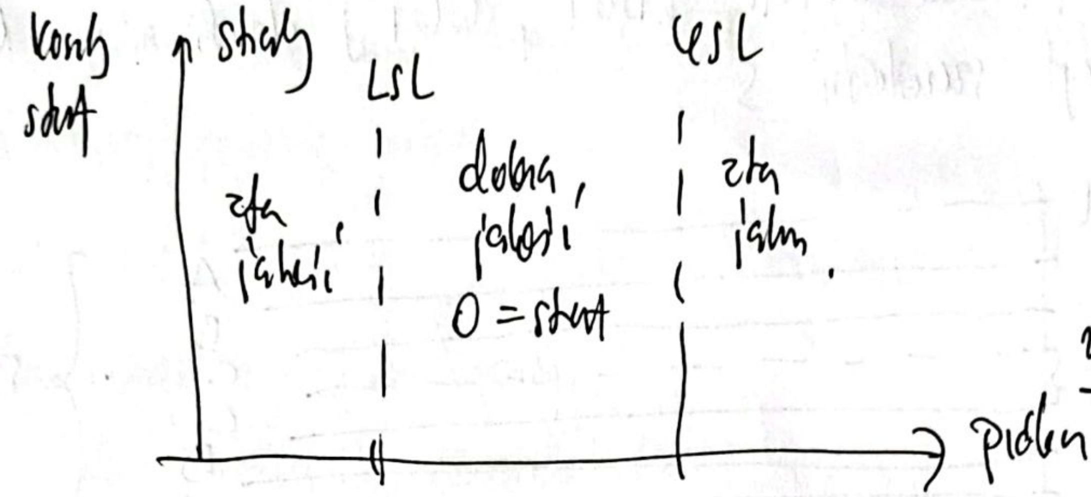
$$x_j \in (LSL, USL), \quad j = 1 \sim n$$

LSL – dolna granica specyfikacji, USL – górna granica specyfikacji

to proces X jest „wzorcowy” (≡ ma „dobrą” jakość)

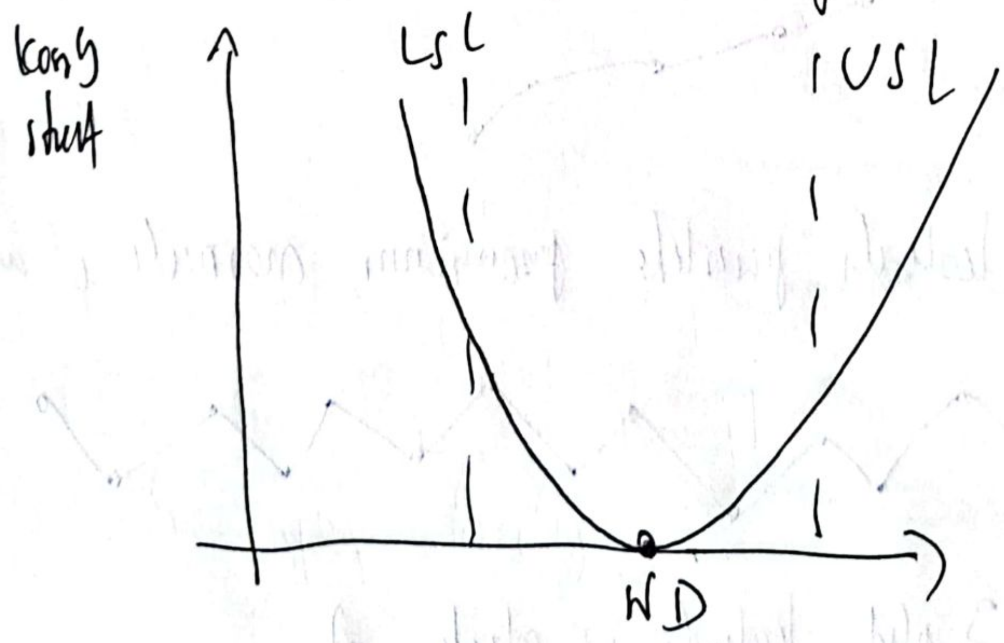
W praktyce zwykle tak nie jest, co oznacza, że odnotowujemy straty.

Graficznie mamy sytuację



rys. 1

c.) Okazuje się, że przedział (LSL, USL) nie jest <u>jednorodny</u>. Tzw. <u>funkcja Taguchiego strat</u> pozwala ustalić <u>wartość docelową</u> (WD) cechy X, jest to ta wartość dla której przyjmuje <u>minimum</u> a ona ma ~~kształt~~ <u>paraboli</u>. Jeśli uwzględnimy ten efekt, to rys 1 będzie miał postać



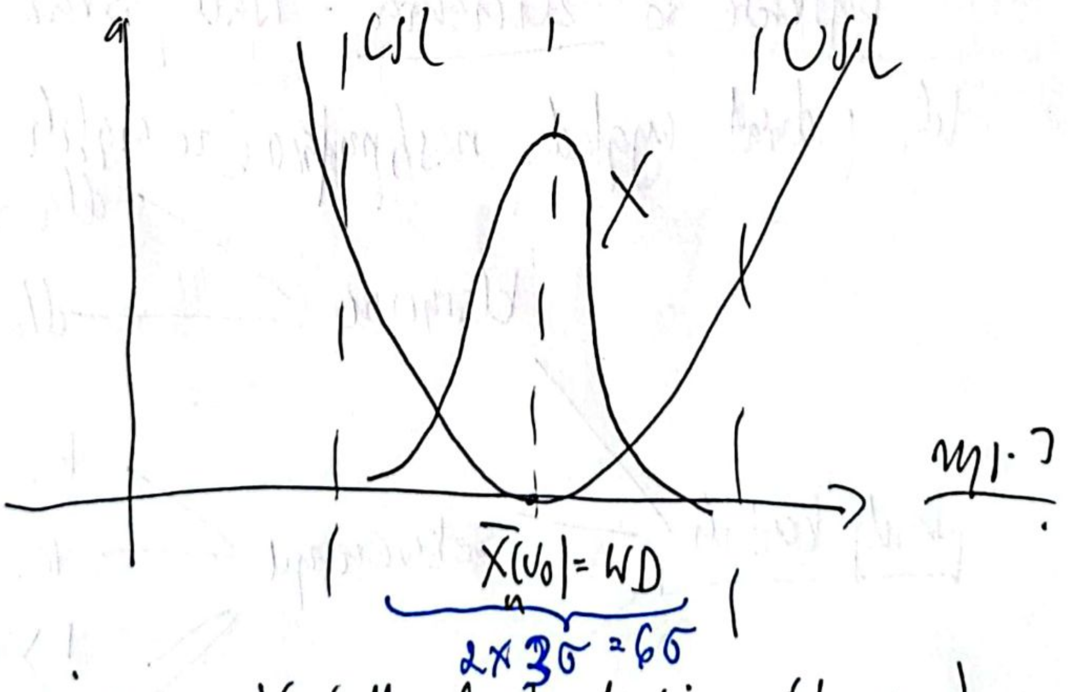
rys. 2

Jak więc SPC służy do realizacji on-line kontroli przebiegu procesu celem wykrycia ewentualnych rozregulowań i stałej poprawy procesu.

Dlatego wyk. 2. należy uzupełnić o rozkład cechy X, aby sprawdzić dwie oceny:

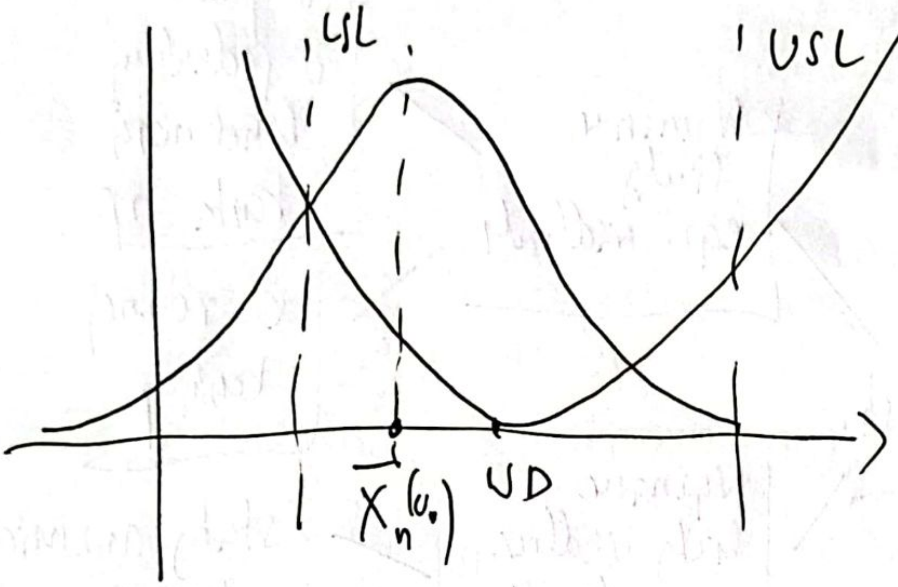
- wielkość rozrzutu procesu
- poziom jego wycentrowania (względem położenia $\overline{X}(v_0)$ i WD).

Jeśli jest tak, jak na wyk. 3.



to powiemy, że proces X (dla danej chwili produkcji) jest wyregulowany, albo jest procesem zdolnym jakościowo

Jeśli natomiast mamy sytuację jak na rys. 4.



⊛: $\bar{X}_n(v_0) \neq WD$ i rozrzut powoduje wyjście poza granice specyfikacji.

Mówimy wtedy, że X jest rozregulowany. Potrzebna jest reakcja!

Są to wnioski dla pojedynczej próby. Docelowo, od procesu "wzorcowego" wymaga się aby obok zdolności wykazywał stabilności.

W takim razie zadaniem SPC jest
a) zauważenie zjawiska rozregulowania
b) korekta tego
c) utrzymanie stabilności.

Karta kontrolna powstaje z pewnej ilości kart pomiarowych, które zbierają dane dla kolejnych prób pobrały.

Dla cechy X, niech:

$(x_1^1, x_2^1, \ldots, x_{n_1}^1)$ – próba „1" $\to$ $\overline{x}_{n_1}^1 = \overline{x}_1$

$(x_1^2, x_2^2, \ldots, x_{n_2}^2)$ – próba „2" $\to$ $\overline{x}_{n_2}^2 = \overline{x}_2$

$\vdots$

$(x_1^k, x_2^k, \ldots, x_{n_k}^k)$ – próba „k" $\to$ $\overline{x}_{n_k}^k = \overline{x}_k$

Wtedy: LC (linia centralna) to średnia ze średnich $= \overline{m}$ wszystkich prób

Niech s oznacza miarę rozproszenia średnich z kolejnych prób, tzn.:

bierzemy $(\overline{x}_1, \overline{x}_2, \ldots, \overline{x}_k)$, $\overline{x}_j$ – średnia z próby j-tej

Wtedy $s = \sqrt{s^2}$, gdzie

przy założeniu, że liczebności prób są jednakowe (pojęcie n lub σ),

$$s^2 = \frac{\sigma^2}{n}$$

verte

Schemat karty K.K. zmian infor.:

LC – linia centralna = średnia ze wszystkich prób

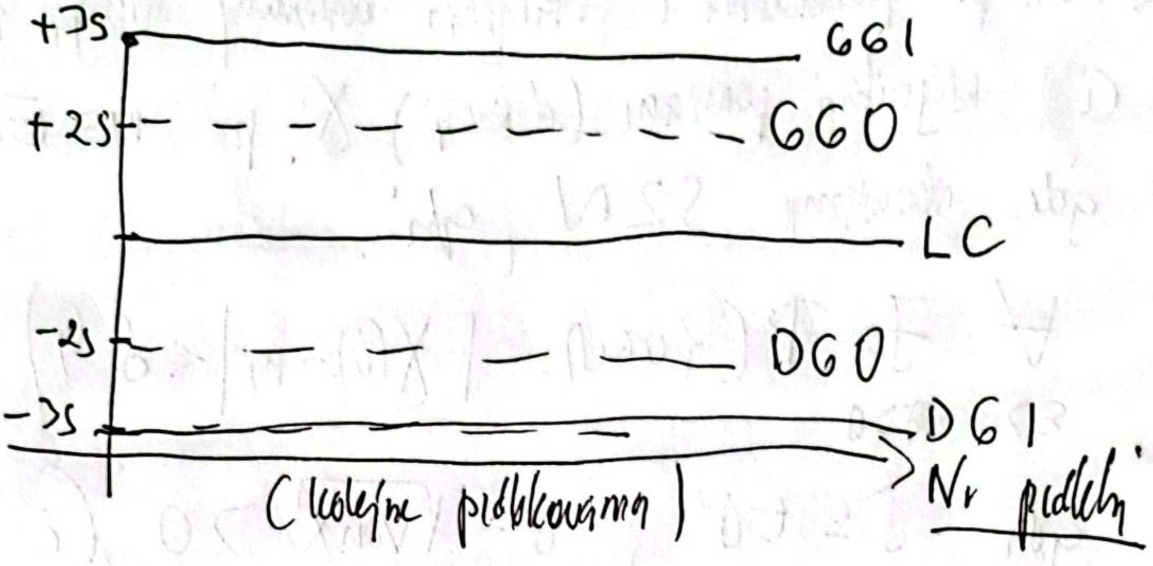
$\left.\begin{matrix} LC + 2s \\ LC - 2s \end{matrix}\right\}$ granice ostrzegania: górna i dolna

$\left.\begin{matrix} LC + 3s \\ LC - 3s \end{matrix}\right\}$ granice ostrzegania: górna i dolna

2. Regulacja P.P. za pomocą kart kontrolnych

Analiza stabilności P.W. i jego nadzorowanie (≡ monitoring, diagnozowanie, regulacja) przeprowadza się za pomocą tzw. kart kontrolnych.

Co przedstawia się jak na rys. 1



- Wyniki obserwacji pozostają stabilnie między np. rys. 1. w granicach kontrolnych.
- Pojawienie się wyniku poza obszarem stabilności jest sygnałem.
- Sygnałem jest także ułożenie się wyników w jednej ze specyficznych konfiguracji, mimo, że wszystkie leżą w pasie dozwolonym (p. dalej)
- Pojawienie się sygnału rozregulowania wymaga działania korygującego

Uwaga 1. Pierwszą taką kartę przedstawił w 1924 r. (l.),
stworzył ją W.A. Shewhart.

2°. Ważna jest liczebność każdej próbki, ale i częstotliwość ich pobierania.

3°. Karta kontrolna, to nie to samo, co karta pomiarów, która odnotowuje pojedyncze wyniki próbek.

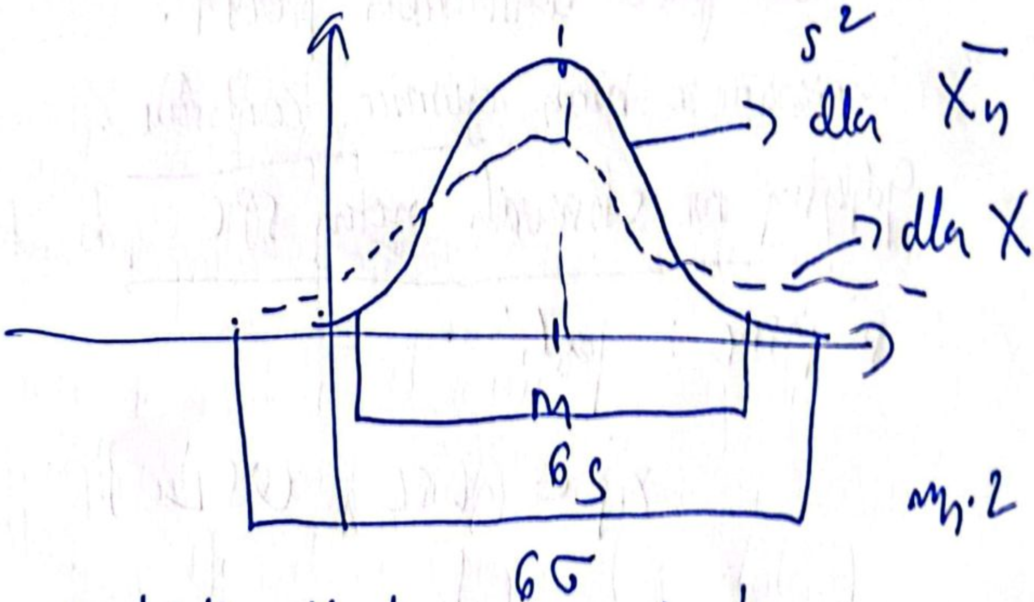
4°. Mamy tutaj dwa rozkłady: cechy X i średnich z próbek a ich rozkłady są następujące:

$X \in N(m, \sigma^2)$, to

$$\overline{X}_n = \frac{1}{n}(X_1 + \dots + X_n) \in N\left(m, \frac{\sigma^2}{n}\right),$$

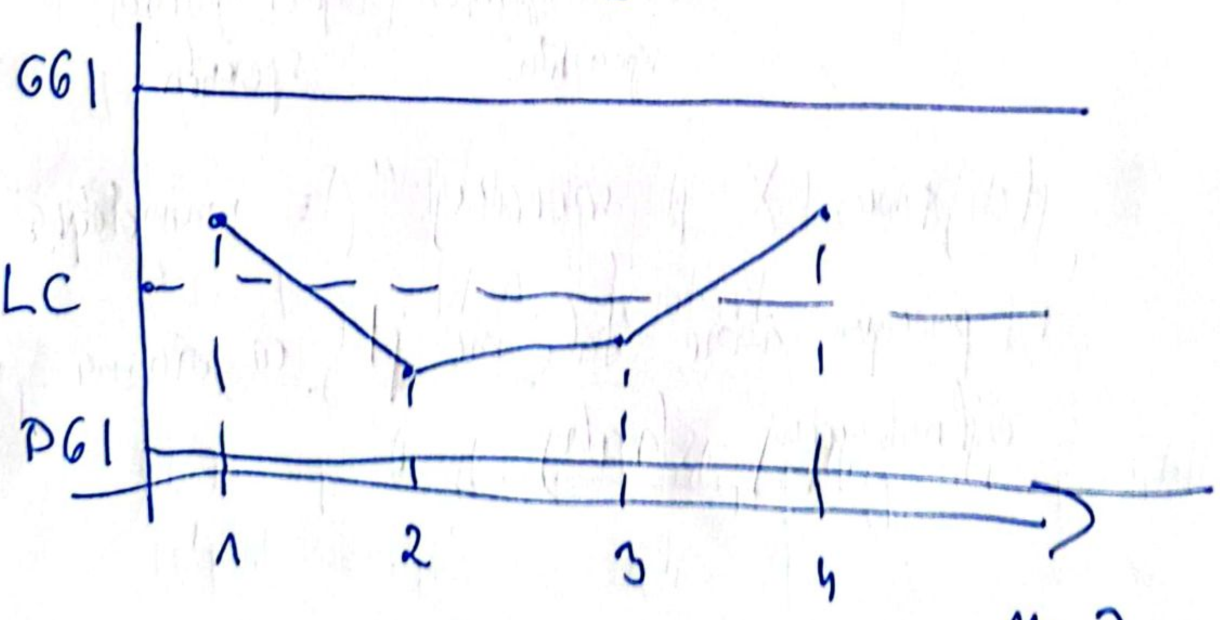
$$\frac{\sigma^2}{n} = s^2$$

czyli



rys. 2

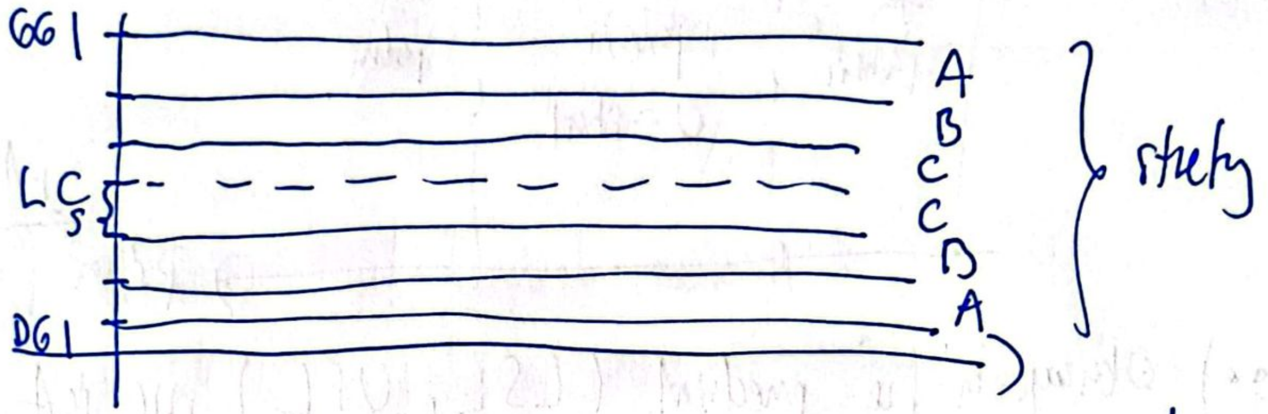
5°. Dane z K.K. ilustrujemy następująco.



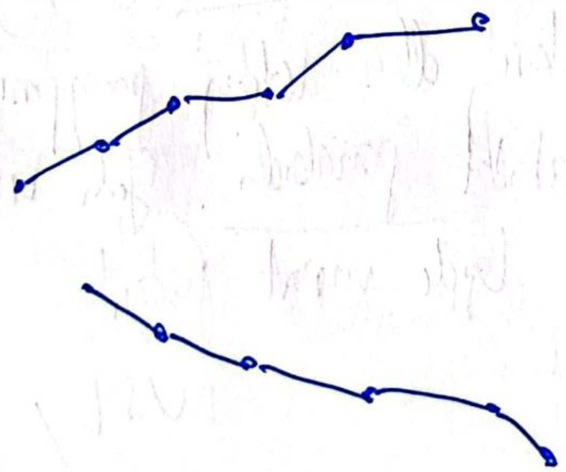
rys. 3

60. Najczęstsze przypadki naruszenia stabilności X:

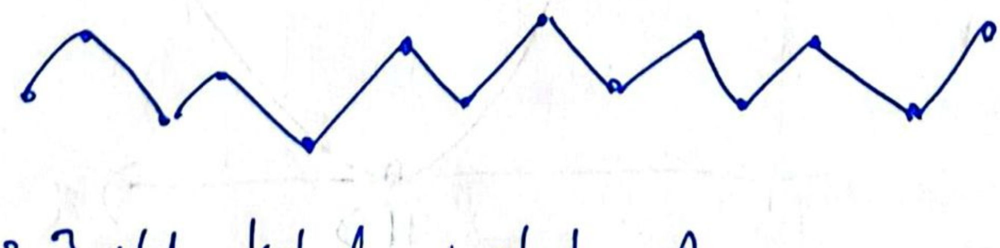
W tym celu obszar [DGI, GGI] dzieli się na 6 jednakowych stref szerokości S



a) zjawisko „trendu" ≡ 6 kolejnych punktów np. 7. stale rosnących lub malejących



b) 14 kolejnych punktów przemiennie rosnących i malejących



c) 2 z 3 pkt. kolejnych w strefie A

d) 8 kolejnych punktów po stronie linii centralnej, lecz żaden w strefie C.

7) W praktyce przyjmuje się, że wystarczy 25–30 kilkuelementowych próbek.

8) Podział kart kontrolnych dokonuje się z uwagi na charakter rozpatrywanej cechy i rodzaju rozkładu.
(chwilowo założyliśmy, że $X \sim N(m, \sigma^2)$)
W sytuacji ogólnej dzielimy na: dyskretne i ciągłe.
Dyskretne do zliczenia: wad, skaz itp.
Ich podział wygląda następująco (ze względu na cechy)

- Karty kontrolne
  - klasyczne
    - dla r. dyskr.
    - dla r. ciągłych
  - sekwencyjne
    - k. MA
    - k. EWMA
    - X-MR
    - CUSUM
  - adaptacyjne
    - dla $N(m, \sigma^2)$
    - inne niż N
  - inne

Podział dla dyskretnych:

- k.k. dla X dysk.
  - Wyznaczanie liczby egz. wadliwych
    - w podgrupach o jednakowej liczebności karta np
    - o różnej karta p
  - Wyznaczanie liczby wadliw. na jednostkę
    - stały rozmiar obszaru karta c
    - zmienny r. obszaru karta u

- k.k. dla X ciągłych
  - liczebność podgr. $1 < n < 10$ karta $\bar{X} - R$
  - liczebność p. $n > 9$ karta $\bar{X} - S$
  - liczebność p. 3, 5 lub 7 karta $X_{Me} - R$