Finanse i Rachunkowość
studia stacjonarne
(lista nr 1)

1. Dane są dwa zbiory

$$\text{Firmy} = \{A, B, C, D\}, \quad \text{Wskaźniki} = \{\text{popyt}, \text{podaż}, \text{koszt operacyjny}\}.$$

Zaproponować, przy użyciu pojęcia macierzy sposób przechowania tych informacji.

2. Niech $P = \{P_1, P_2, \ldots, P_n\}$ oznacza zbiór państw. Definiujemy macierz $\mathbf{H}$ (handel zagraniczny), gdzie

$$\mathbf{H} = [h_{ij}]_{n\times n}, \ h_{ij} = \begin{cases} 0 & ; \quad i = j \\ \text{wielkość eksportu } P_i \text{ do } P_j & ; \quad i \neq j. \end{cases}$$

Podać interpretację macierzy transponowanej do $\mathbf{H}$. Niech D_k oznacza deficyt w handlu zagranicznym państwa P_k. Obliczyć D_k.

3. Dla poniższych macierzy $\mathbf{A}$ i $\mathbf{B}$ obliczyć

$$-2\mathbf{A} + \mathbf{B}^t, \quad \mathbf{A} \cdot \mathbf{B}, \quad \mathbf{A}^t \cdot \mathbf{A},$$

jeśli

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 4 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 2 & 4 & 5 \end{bmatrix}.$$

4. Dla $\mathbf{A}, \ \mathbf{B} \in \mathbf{M}_{n\times n}$ obliczyć

$$(\mathbf{A}+\mathbf{B})^2, \ (\mathbf{A}-\mathbf{B})^2, \ (\mathbf{A}+\mathbf{B})^3, \ (\mathbf{A}-\mathbf{B})(\mathbf{A}+\mathbf{B}).$$

Otrzymane wyniki porównać ze znanymi wzorami skróconego mnożenia.

5. Na przykładzie pokazać, że mnożenie macierzy nie jest przemienne.

6. Niech $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Obliczyć $\mathbf{A}^4$.

7. Przez *równanie macierzowe* rozumiemy równość

$$\mathbf{AX} = \mathbf{B},$$

gdzie $\mathbf{A} \in \mathbf{M_{m\times n}}, \ \mathbf{X} \in \mathbf{M_{n\times 1}}, \ \mathbf{B} \in \mathbf{M_{m\times 1}}$ oraz macierze $\mathbf{A}, \ \mathbf{B}$ są znane. Korzystając z zasady porównywania macierzy napisać *postać analityczną* tego równania.

8. Mówimy, że macierz kwadratowa $\mathbf{B}$ jest *odwrotna* do (macierzy kwadratowej tego samego stopnia n) $\mathbf{A}$, jeśli zachodzi równość

$$\mathbf{AB} = \mathbf{BA} = \mathbf{I_n}.\ \text{Wtedy piszemy } \mathbf{B} = \mathbf{A^{-1}}.$$

Korzystając z powyższej definicji wyznaczyć macierz odwrotną do

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}.$$

<u>Wskazówka</u>. Skorzystać z zadania 7.

9. Korzystają z definicji macierzy odwrotnej i faktu, że $(\mathbf{AB})^{\mathbf{t}} = \mathbf{B^tA^t}$ uzasadnić wzór

$$(\mathbf{A^t})^{-1} = (\mathbf{A^{-1}})^t.$$

10. Korzystając z zasad *rachunku macierzowego* rozwiązać równanie

$$\mathbf{X} + \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\Big(\mathbf{X} - \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 0 & 2 \end{bmatrix}\Big).$$