Finanse i Rachunkowość studia stacjonarne (lista nr 7–rachunek różniczkowy funkcji jednej zmiennej i jego zastosowania)

1. Napisać *iloraz różnicowy* w punkcie x_o dla funkcji f, jeśli:

$$f(x) = 2x - |x|,\ x_o = 0;\ f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{dla} \quad x \leqslant 3; \\ 2^x & \text{dla} \quad x > 3, \end{cases} \quad x_o = 3,$$

$$f(x) = \frac{1}{x+1},\ x_o \neq -1,\quad f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}},\ x_o \neq 0$$

2. Dla funkcji f w punkcie x_o obliczyć z definicji $f'(x_o)$, jeśli:

$$f(x) = \sqrt{x},\ x_o = 1,\quad f(x) = e^x,\ x_o = 0$$

(wsk. wykorzystać fakt, że $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{a^x - 1}{x} = \ln a$ dla $a > 0$).

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{dla} \quad x \leqslant 1; \\ \sqrt{x} & \text{dla} \quad x > 1, \end{cases} \quad x_o = 1,\quad f(x) = \frac{1}{x},\ x_o \neq 1.$$

3. Korzystając z odpowiednich *reguł różniczkowania* obliczyć f', jeśli:

$$f(x) = (x^5 + \frac{1}{x^3})e^x,\ f(x) = \sqrt[3]{1+x^2},\ f(x) = \frac{\operatorname{tg} x}{1 + \ln x},$$

$$f(x) = (1 + \sqrt[5]{x})\sin\sqrt{x},\ f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x,\ f(x) = 2^{\ln\frac{1}{x}},$$

gdzie $x \in D_f$.

4. Napisać równanie *stycznej* do wykresu podanej funkcji w podanym punkcie, jeśli:

$$f(x) = \frac{2x}{1+x^2} \quad (\sqrt{3}, f(\sqrt{3})),\quad f(x) = \frac{\ln x}{x} \quad (e, f(e)),$$

$$f(x) = \sqrt{2^x + x} \quad (1, f(1)).$$

5. Stosując metody rachunku różniczkowego wyznaczyć *przedziały monotoniczności* funkcji:

$$f(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} - x^2,\quad f(x) = e^x(x+1),\quad f(x) = \frac{x^3}{3 - x^2},$$

$$f(x) = \frac{x}{\ln x},\quad f(x) = x + \frac{1}{x},\ \text{gdzie } x \in D_f.$$

6. Znaleźć wszystkie *ekstrema lokalne* funkcji

$$f(x) = \frac{x}{x^2+4}, \;\; f(x) = x\ln x, \;\; f(x) = x - \sqrt{x}, \;\; f(x) = \frac{1}{x^2-x}, \text{ gdzie } x \in D_f.$$

7. Wyznaczyć *przedziały wypukłości i wklęsłości* funkcji

$$f(x) = xe^{-x}, \quad f(x) = \frac{1}{1-x^2}, \quad f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}, \quad f(x) = x\ln x,$$

gdzie $x \in D_f$.