1.2 Zadania

Zadanie 1.2.1 *Czy podane zdania są zdaniami logicznymi:*

1. *24 jest wielokrotnścią liczby 8;*
2. *zamknij okno;*
3. *czy liczba* $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ *jest większa od 3?;*
4. *istnieje liczba naturalna mniejsza od zera.*

Zadanie 1.2.2 *Ocenić wartość logiczną podanych zdań:*

1. *liczba przekątnych pięciokąta jest równa liczbie jego boków;*
2. *każdy równoległobok jest trapezem;*
3. *dla dowolnych liczb* x *i* y *prawdziwa jest równość* $(x-y)^2=(y-x)^2$*;*
4. *Meksyk jest krajem azjatyckim.*

Zadanie 1.2.3 *Wiadomo, że* $p \equiv q \to 1 \quad \wedge \quad p \wedge q \to 0$*. Jaką wartość logiczną ma zdanie* $[(p \to q) \to p] \quad \vee \quad [q \wedge (\neg p)]$*?*

Zadanie 1.2.4 *Wiadomo, że zdanie* p *jest fałszywe. Ocenić wartości logiczne zdań:*

1. $(p \wedge q) \to p$*;*
2. $[(p \to q) \vee p] \equiv (q \wedge p)$*;*
3. $(p \to q) \to p$*.*

Zadanie 1.2.5 *Wiadomo, że zdanie* $q \to p$ *jest prawdziwe i zdanie* $p \to q$ *jest fałszywe. Jaką wartość logiczną ma zdanie* $[(\neg p) \vee (q \equiv p)] \equiv [(\neg p) \vee q]$*?*

Zadanie 1.2.6 *Sprawdzić, czy podane zdania są tautologiami:*

1. $[p \wedge (p \to q)] \to q$*;*
2. $[(p \vee q) \wedge (\neg p)] \to q$*;*
3. *prawa* $12-18$ *podane po przykładzie 1.6.*

Zadanie 1.2.7 *Przykłady 1 i 2 z poprzedniego zadania wykazać, nie używając metody tabeli logicznej.*

Zadanie 1.2.8 *Podać prawo negacji implikacji, a następnie znaleźć zaprzeczenia zdań:*

1. *Jeśli śnieg jest biały, to trawa jest zielona.*
2. *Jeśli* 2 *dzieli* 5, *to kwadrat ma cztery przekątne.*
3. *Jeśli rozwiążę dwa zadania, to dostanę się na studia.*

Zadanie 1.2.9 *Na przerwie, w trakcie której zbito okno w klasie, było trzech uczniów: Jarek, Łukasz i Witek. Na pytanie, kto zbił szybę, chłopcy udzielili następujących odpowiedzi:*
Jarek: Ja nie zbiłem szyby, Witek ją zbił.
Łukasz: Witek nie zbił szyby, Jarek ją zbił.
Witek: Ja nie zbiłem szyby. Łukasz też jej nie zbił.

Ustalić, który z chłopców zbił szybę, wiedząc, że jeden z nich dwa razy skłamał, drugi raz skłamał i raz powiedział prawdę, a trzeci dwa razy powiedział prawdę.

Zadanie 1.2.10 *Wykorzystując zasady rachunku zdań, uprościć zdanie* $[(p \to s) \to (q \wedge s)] \wedge \neg(q \wedge s)$.

Zadanie 1.2.11 *Czy prawdziwe jest zdanie: jeśli a dzieli się przez 2 i dzieli się przez 5, to z faktu, iż a nie dzieli się przez 5, wynika, iż a nie dzieli się przez 2?*

Zadanie 1.2.12 *Sprawdzić, czy jest prawdą, że jeśli Kowalski nie zna prawa, to jeśli Kowalski zna prawo, to Kowalski urodził się przed naszą erą.*

Zadanie 1.2.13 *Zbudować tabele logiczne dla zdań:*

1. $[p \vee (p \wedge q)] \equiv p$;
2. $(p \oplus q) \oplus r$;
3. $(p \oplus p) \oplus p$;
4. $\neg p \equiv p \downarrow p$.

Zadanie 1.2.14 *Zapisać następujące zdania, wykorzystując pojęcie predykatu:*

1. *k jest sumą kwadratów dwóch liczb naturalnych;*
2. *x jest liczbą pierwszą;*
3. *p przy dzieleniu przez 7 daje resztę 2 lub 5.*

Zadanie 1.2.15 *Oceń wartość logiczną podanych zdań i znajdź ich zaprzeczenia:*

1. $\exists_{n \in N} \quad 1 < n^2 < 3$;

2. $\forall_{x \in R}(x > 0 \quad \vee \quad x \leq 0$.

Zadanie 1.2.16 *Znaleźć zaprzeczenie zdania:*

1. $2 < 3 \Rightarrow (\sqrt{2} \in W \wedge 3|7)$

2. $(-3)^3 > (-2)^3 \Rightarrow (2 \in N \Rightarrow 4|8$

Zadanie 1.2.17 *Czy istnieją zdania p oraz q, dla których $p \wedge q$ byłoby prawdziwe, a zdanie $p \vee q$ byłoby fałszywe? Podać przykład dwóch takich zdań p oraz q, dla których zdanie $p \vee q$ jest prawdziwe, a zdanie $p \wedge q$ jest fałszywe.*

Zadanie 1.2.18 *Poprzedzić zapis kwantyfikatorem tak, aby uzyskać zdanie prawdziwe*

1. $x^2 < x$;

2. $(x + 1)(x + 3) = x^2 + 4x + 3$;

3. $\sqrt{x^2} = x$.

Zadanie 1.2.19 *Udowodnić, że iloczyn liczby parzystej i nieparzystej jest liczbą parzystą.*

Zadanie 1.2.20 *Przeprowadzić dowód przypadku drugiego z zad. 1.14 (odległość wierzchołka C od środka okręgu jest większa od długości promienia).*

Zadanie 1.2.21 *Udowodnić, że jeśli w trójkątach ABC i $A'B'C'$ mamy $AC = A'C'$ i $AB = A'B'$, to $\angle A > \angle A' \Leftrightarrow BC > B'C'$.*

Zadanie 1.2.22 *Udowodnić, że $\sqrt{5}$ jest liczbą niewymierną.*

Zadanie 1.2.23 *Udowodnić wprost wzór $\sqrt{a^2} = |a|$, a następnie wykorzystując go, wykazać, że $\forall_{x,y \in \mathbf{R}} \quad |xy| = |x| \cdot |y|$.*

Zadanie 1.2.24 *Pokazać, w jaki sposób ze wzoru z poprzedniego zadania wynika równość*

$$\forall_{a,b \in \mathbf{R}} \quad |ab| = |a| \cdot |b|.$$