Lista 1

Zadanie 1 *Czy podane wypowiedzi są zdaniami logicznymi?*

1. *Wczoraj była ładna pogoda.*
2. *Idź do domu!*
3. *Czy lubisz szpinak?*
4. 6 *jest liczbą pierwszą.*
5. -7 *jest liczbą dodatnią.*
6. *Kwadrat dowolnej liczby rzeczywistej jest liczbą nieujemną.*

Zadanie 2 *Ocenić wartość logiczną podanych zdań:*

1. *liczba* $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ *jest większa od 3;*
2. *trójkąt o bokach* $6, 8, 10$ *jest prostokątny;*
3. 1 *jest liczbą pierwszą;*
4. *długość wysokości trójkąta równobocznego o boku* $\sqrt{3}$ *jest liczbą wymierną.*

Zadanie 3 *Wiadomo, że* $(p \to q) \to 0$. *Ocenić wartość logiczną zdania* $[(\neg p) \to (q \vee p)] \to q$.

Zadanie 4 *Sprawdzić, czy następujące zdania są tautologiami:*

1. $[(p \to q) \wedge ((p \to q) \to p)] \to p$
2. $[p \wedge (p \to (q \to r))] \to (q \to r)$

Zadanie 5 *Nie korzystając z metody tabeli logicznej pokazać, że zdanie* $[(p \to q) \wedge (p \to r)] \to [p \to (q \vee r)]$ *jest tautologią.*

Zadanie 6 *Wykorzystując zasady rachunku zdań, uprościć następujące zdanie:*

$$\neg[(\neg p \wedge r) \vee (q \to r)].$$

Zadanie 7 *Wykorzystując pojęcie predykatu, zapisać następujące zdania:*

1. *n jest liczbą nieparzystą*
2. *k przy dzieleniu przez 5 daje resztę 1 lub 2*

3. x jest liczbą, której kwadrat pomniejszony o 3 jest mniejszy od -1.

Zadanie 8 *Wiadomo, że $p \equiv q \to 1 \quad \wedge \quad p \wedge q \to 0$. Jaką wartość logiczną ma zdanie $[(p \to q) \to p] \quad \vee \quad [q \wedge (\neg p)]$?*

Zadanie 9 *Czy prawdziwe jest zdanie: jeśli a dzieli się przez 2 i dzieli się przez 5, to z faktu, iż a nie dzieli się przez 5, wynika, iż a nie dzieli się przez 2?*

Zadanie 10 *Zapisać następujące zdania, wykorzystując pojęcie predykatu:*

1. *k jest sumą kwadratów dwóch liczb naturalnych;*
2. *x jest liczbą pierwszą;*
3. *p przy dzieleniu przez 7 daje resztę 2 lub 5.*

Zadanie 11 *Zbadać, czy zachodzi inkluzja $A \subset B$ lub $B \subset A$:*

1. $A = \{a, b\}, B = \{a, c, d\}$
2. $A = \{\{a, b\}, \{a\}, b, \emptyset\}, B = \{\{a\}, b, \emptyset\}$
3. $A = \{x \in \mathbf{N}\colon\ x^2 > 4\}, B = \{x \in \mathbf{N}\colon\ x > 2\}$.

Zadanie 12 *Wykazać, że dla dowolnych zbiorów A, B, C zachodzi równość*

$$A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \setminus C.$$

Zadanie 13 *Zbadać, czy zachodzi inkluzja $A \subset B$ lub $B \subset A$, jeśli:*

1. $A = \{x \in \mathbf{N} :\ x > 2\}, \quad B = \{y \in \mathbf{N} :\ y > 2\}$,
2. $A = \{ax + b : a, b \in \mathbf{R}\}, \quad B = \{x + y : y \in \mathbf{R}\}$,
3. $A = \emptyset, \quad B = \{a, b, c\}$.

Zadanie 14 *Wyznaczyć zbiory $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A$, jeśli:*

1. $A = \{a, b, c\}, \quad B = \{c, d\}$,
2. $A = \{\{a, b\}, c\}, \quad B = \{c, d\}$,
3. $A = \{x \in \mathbf{N} :\ x < 3\}, \quad B = \{x \in \mathbf{N} :\ x \geq 3\}$,
4. $A = \{x \in \mathbf{R} :\ x < 1\}, \quad B = \{x \in \mathbf{R} :\ x < 2\}$.