3.2 Zadania

Zadanie 3.2.1 *W szafce mamy 10 par butów. Wyciągamy losowo 6 butów. Obliczyć prawdopodobieństwo, że wśród nich nie będzie żadnej pary?*

Zadanie 3.2.2 *Rzucamy dwa razy kostką do gry. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w sumie otrzymamy*

1. *8 oczek;*
2. *co najmniej 3 oczka?*

Zadanie 3.2.3 *Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że 7 losowo wybranych osób urodziło się w różnych dniach tygodnia.*

Zadanie 3.2.4 *Przed kolokwium z matematyki w grupie liczącej 24 studentów prowadzący zaproponował studentom, aby wpisali na kartkach po jednej liczbie naturalnej od 1 do 40. W przypadku gdy wszystkie wpisane liczby będą różne, odwołuje kolokwium i wszyscy otrzymują ocenę bardzo dobrą. Jakie jest prawdopodobieństwo, że kolokwium zostanie odwołane?*

Zadanie 3.2.5 *Uzasadnić, że prawdopodobieństwo warunkowe jest prawdopodobieństwem.*

Zadanie 3.2.6 *Wiemy, że* $P(A \cap B) = \frac{1}{4}, P(A^C) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{1}{2}$.
Obliczyć $P(A \cup B)$ *oraz* $P(A^C \cap B^C)$.

Zadanie 3.2.7 *Przy danych* $P(A|B) = P(B|A), P(A \cup B) = \frac{1}{2}, P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ *obliczyć* $P(B)$ *oraz* $P(A^C \cap B^C)$.

Zadanie 3.2.8 *Na egzaminie student otrzymuje jedną z ocen: bardzo dobry, dobry, dostateczny, niedostateczny. W przypadku otrzymania oceny bardzo dobrej, dobrej, dostatecznej egzamin jest zdany. Prawdopodobieństwo tego, że student uzyska ocenę bardzo dobrą lub dobrą jest równe 0,6. Prawdopodobieństwo zdania egzaminu wynosi 0,9. Obliczyć prawdopodobieństwo otrzymania oceny dostatecznej na egzaminie.*

Zadanie 3.2.9 *Liczby* $\{1,2,\ldots,9\}$ *są ustawione w sposób losowy. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że*

1. *liczby 1 i 2 będą stały obok siebie;*
2. *liczba 1 będzie w tym ciągu przed liczbą 5.*

Zadanie 3.2.10 *Do windy, która zatrzymuje się na 10 piętrach, wsiada 8 osób. Obliczyć prawdopodobieństwo, że*

1. *każdy z pasażerów wysiądzie na innym piętrze;*

2. *wszyscy wysiądą na trzech ostatnich piętrach.*

Zadanie 3.2.11 *Z talii ośmiu kart, w której mamy 4 asy i 4 króle, wybieramy losowo 2 karty. Jakie jest prawdopodobieństwo, że*

1. *wybrano dwa asy, jeśli wybrano co najmniej jednego asa;*

2. *wybrano dwa asy, jeśli wiadomo, że wśród kart jest as pik.*

Zadanie 3.2.12 *Wykazać, że dla $A, B, C \in \Omega$ takich, że $P(A \cap B) > 0$, zachodzi równość $P(A \cap B \cap C) = P(A) \cdot P(B|A) \cdot P(C|(A \cap B))$.*

Zadanie 3.2.13 *Niech $\Omega = \{(x, y) : x \in R \wedge y \in R\}$. Zdarzenia A i B są określone następująco:*
$A = \{(x, y) : |x - 1| < 1 \wedge |y - 1| < 1\}$
$B = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 2\}$.
Wyznaczyć $P(A|B)$ i $P(B|A)$.

Zadanie 3.2.14 *Wykazać, że jeśli $A, B \subset \Omega$ są zdarzeniami niezależnymi, to niezależne są też zdarzenia A^C i B^C.*

Zadanie 3.2.15 *Wiadomo, że średnio 4 mężczyzn na 100 i 4 kobiety na 1000 są daltonistami. Z grupy, w której liczba kobiet jest dwa razy większa od liczby mężczyzn, wybrano osobę. Jakie jest prawdopodobieństwo, że jest daltonistą? Jakie jest prawdopodobieństwo, że wybranym daltonistą jest mężczyzna?*

Zadanie 3.2.16 *Ze zbioru $\{1,2,\ldots,n\}$, gdzie $n > 3$, losujemy dwie liczby. Jakie jest prawdopodobieństwo, że jedna z nich będzie mniejsza, a druga większa od k, gdzie $1 < k < n$ i $k \in N$.*

Zadanie 3.2.17 *W pewnym mieście mieszka 10 000 osób. Prawdopodobieństwo, że wybrana osoba będzie potrzebowała natychmiastowej pomocy lekarskiej wynosi 0,002. Obliczyć prawdopodobieństwo wezwania pogotowia przez:*

1. *któregokolwiek mieszkańca tego miasta;*

2. *więcej niż 2, ale nie więcej niż 5 mieszkańców tego miasta;*

3. *co najmniej 3 mieszkańców tego miasta.*

Zadanie 3.2.18 *Trzech dostawców dostarcza do hurtowni cytrusy. Dostawy tych dostawców mają się jak 3:5:4. I dostawca dotarcza około 1% skrzynek zepsutych owoców, II–4%, a III–3%. Wybraliśmy skrzynkę z dobrymi owocami. Jakie jest prawdopodobieństwo, że dostarczył ją dostawca I?*

Zadanie 3.2.19 *W dwóch jednakowo wyglądających kopertach znajdują się talie kart, przy czym w pierwszej jest to talia 52 kart, a w drugiej 24 kart (od 9 do asa). Z losowo wybranej kopert wyciągamy kartę i wkładamy do drugiej. Następnie wybieramy jedną kartę z drugiej koperty. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wyciągniętą kartą będzie as?*

Zadanie 3.2.20 *Zbiór* $\{1,2,\ldots,4n\}$ *podzielono na dwie równoliczne części. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że w każdej z nich jest taka sama ilość liczb podzielnych przez* n.

Zadanie 3.2.21 *W dwóch jednakowych koszykach jest po 10 białych piłek tenisowych. Wkładamy do tych koszyków 20 czerwonych piłek. Jak rozmieścić te piłki w koszach, aby prawdopodobieństwo wybrania piłki czerwonej z losowo wybranego koszyka było równe* $\frac{7}{15}$*?*

Zadanie 3.2.22 *Z odcinka* $[0,2]$ *wybieramy losowo i niezależnie dwa punkty. Niech* A *oznacza zdarzenie polegające na tym, że odległość między nimi jest mniejsza od 1. Obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia* A.

Zadanie 3.2.23 *Z odcinka* $[0,k]$ *wybieramy losowo i niezależnie punkty* x *i* y. *Niech* A*–zdarzenie polegające na tym, że* $x^2+y^2 > \frac{k^2}{4}$, B *- zdarzenie, że funkcja* $ln(x^2+y^2-k)$ *jest dobrze określona.*

1. *Czy zdarzenia* A *i* B *są niezależne?*
2. *Obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia* B *pod warunkiem, że zajdzie zdarzenie* A.