

Uwaga 2.3.3 *Prawdopodobieństwo $P(A|B)$ nazywa się też prawdopodobieństwem a posteriori, czyli będącym następstwem faktu, który w tym przypadku jest warunkiem w postaci zdarzenia B . Wtedy $P(A)$ nazywamy prawdopodobieństwem a priori, czyli mającym znaczenie pierwotne.*

Przykład 2.3.5 *Rzucamy dwukrotnie kostkę do gry. Niech A oznacza zdarzenie, że w pierwszym rzucie pojawiła się szóstka, B – zdarzenie, że w drugim rzucie wypadła jedynka. Zbadać stochastyczną niezależność tych zdarzeń.*

Zdefiniujemy najpierw przestrzeń probabilistyczną. Ponieważ musimy rejestrować wyniki kolejnych rzutów przyjmujemy, że

$$\omega = (k_1, k_2),$$

gdzie k_1, k_2 oznaczają wyniki zarejestrowane na kostce pierwszej i drugiej, czyli $k_1, k_2 \in \{1, 2, \dots, 6\}$. W takim razie Ω jest zbiorem wszystkich ciągów długości dwa o wartościach w zbiorze $\{1, 2, \dots, 6\}$, czyli zbiorem dwu elementowych wariacji z powtórzeniami zbioru sześć elementowego. Dlatego $|\Omega| = 6^2 = 36$. Ze względu na przyjmowaną domyślnie symetrię kostki należy przyjąć, że $P(\{\omega\}) = \frac{1}{36}$ dla każdego $\omega \in \Omega$. Oznacza to, że mamy do czynienia z modelem skończonym jednorodnym.

Zauważmy, że z definicji zdarzenia A i B możemy zapisać następująco:

$$A = \{6\} \times \{1, 2, \dots, 6\}, \quad B = \{1, 2, \dots, 6\} \times \{1\}.$$

Ponieważ

$$|A| = |B| = 6,$$

więc

$$P(A)P(B) = \left(\frac{6}{36}\right)^2.$$

Z definicji iloczynu kartezjańskiego wynika, że wtedy

$$A \cap B = \{6\} \times \{1\} = (6, 1),$$

dlatego $|A \cap B| = 1$ i $P(A \cap B) = \frac{1}{36} \neq P(A)P(B)$. Oznacza to, że zdarzenia te nie są stochastycznie niezależne.

Kolejny przykład pokazuje klasyczne zastosowanie wzoru Bayesa.