# Zadania z Matematyki Dyskretnej

Lista 2

1. Skonstruować predykat odpowiadający zbiorom:
   (a) wszystkich liczb parzystych,
   (b) wszystkich liczb podzielnych przez 5,
   (c) wszystkim pierwiastkom równania kwadratowego.
2. Pokazać, że
$$\forall_{A,B,C,D\subset X}\ A\subset B \Longrightarrow C\setminus B\subset C\setminus A.$$
3. Zbadać, czy zachodzi równość
$$\forall_{A,B,C\subset X}\ \Big((A\cap B)\cup C\Big)\setminus A=(A\cap B)\setminus C.$$
4. Uzasadnić, że $A\cap B$ jest największym zbiorem zawartym jednocześnie w $A$ i w $B$, a więc takim, że jeśli $C\subset A$ i $C\subset B$, to $C\subset A\cap B$.
5. Uzasadnić, że $A\cup B$ jest najmniejszym zbiorem zawierającym jednocześnie $A$ i $B$, tzn. jeśli $A\subset C$ i $B\subset C$, to $A\cup B\subset C$.
6. Znaleźć $A\times B$, jeśli $A=\{0,1\}$, $B=\{1,2,3\}$.
7. Uzasadnić, że jeśli $A\times B=B\times A$, to albo $A=\emptyset$, albo $A=B$, albo $B=\emptyset$.
8. Udowodnić prawdziwość faktu o różnicy symetrycznej podanego na wykładzie
9. Niech $\mathcal{A}=\{A_t,\ t\in T\}$ będzie indeksowaną rodziną zbiorów, gdzie
$$A_t=\{x\in\mathbf{R}\colon\ \sin x=t\},\ t\in\mathbf{R},$$
$$A_t=\{x\in\mathbf{R}\colon\ 0\le x\le\frac{1}{t}\},\ t>0,$$
$$A_t=\{(x,y)\in\mathbf{R}\times\mathbf{R}\colon\ x^2+y^2\le t^2\},t\ge 0.$$
Znaleźć $\bigcup_{t\in T}A_t$, $\bigcap_{t\in T}A_t$.
10. Pokazać, że
$$1^2+2^2+\ldots+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$
11. Uzasadnić, że
$$\forall_{n\in\mathbf{N}}\ 2^n>n.$$

12. Udowodnić, że
$$\forall_{n\geq 1}\ 6 \text{ dzieli } n^3 - n.$$

13. Na przykładzie liczby wymiernej $\frac{13}{17}$ pokazać sposób rezentacji liczby wymiernej za pomocą ułamka łańcuchowego i ułamka dziesiętnego.

14. Pokazać, że suma dwóch algebr nie musi być algebrą.
Wskazówka. Rozważyć algebry generowane przez partycje dwuelementowe.

15. Podać przykłady rodzin zbiorów, które mają włsność ideału oraz filtru.

28.02.2008
*dr Ryszard Rębowski*