

Zadania z metod probabilistycznych

Lista 1

1. Sprawdzić, że dla symbolu Newtona zachodzą następujące równości :
 - $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$, gdzie $0 \leq k \leq n$
 - $\binom{n}{k} = \frac{n}{k} \binom{n-1}{k-1}$, gdzie $1 \leq k \leq n$
 - $\sum_{j=0}^n \binom{n}{j} = 2^n$
 - $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$, gdzie $1 \leq k \leq n$
2. Oblicz liczbę wszystkich podzbiorów zbioru n -elementowego.
3. Na ile sposobów z talii 52 kart można wybrać 6 kart wśród, których będą karty czerwone i czarne ?
4. Mamy do dyspozycji $n + m$ losów, spośród których wygrywa n . Na ile sposobów można wybrać k -losów, z których $s \leq n$ wygrywa ?
5. 10 osób posadzono obok siebie na ławce. Na ile sposobów można rozmieścić te osoby, aby wybrane dwie z nich siedziały obok siebie ?
6. Jak wyżej, ale osoby siedzą przy okrągłym stole.
7. Winda rusza z n pasażerami i zatrzymuje się na m piętrach ($n < m$). Na każdym piętrze może wysiąść $k \in \{0, \dots, n\}$ osób. Opisać to zjawisko w terminach kombinatoryki. Na ile sposobów można zrealizować sytuację, że na każdym piętrze wysiądzie co najwyżej jeden pasażer ?
8. Dany jest alfabet złożony z n znaków. Ile wyrazów k -znakowych można utworzyć za pomocą tego alfabetu ?
9. Ile jest liczb 5-cyfrowych w układzie dziesiętnym ? Rozważyć sytuację kiedy liczby te złożone są z różnych cyfr.
10. Rzucamy dwiema kostkami do gry. Opisać w terminach kombinatoryki wynik takiego doświadczenia. Na ile sposobów można uzyskać efekt wyrzucenia łącznie co najmniej 3 oczek ?
11. W urnie znajduje się : 5 kul białych, 6 kul czarnych i 7 kul czerwonych. Wybieramy z urny :
 - 4 kule
 - 4 razy po jednej kuli bez zwracania

- 4 razy po jednej kuli ze zwracaniem

Opisać w terminach kombinatoryki każdą z tych sytuacji. Obliczyć dla każdej sytuacji na ile sposobów można wybrać 4 kule wśród których są dwie kule białe i po jednej czerwonej i czarnej ?

21.09.2007

dr Ryszard Rębowski