

Zadania z metod probabilistycznych

Lista 5

1. Zmienna losowa \mathbf{X} ma dystrybuantę

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x \leq -1 \\ 1 - \frac{x^2}{2} & \text{dla } -1 < x \leq 0 \\ 1 & \text{dla } x > 0 \end{cases}$$

Obliczyć : $P(X = 2)$, $P(-3 \leq X < 1)$, $P(X > 1/2)$.

2. Dobrać tak stałe $a, b \in \mathbf{R}$, aby

$$F(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{ax} & \text{dla } x \leq 1 \\ bx + 3/4 & \text{dla } 1 < x \leq 2 \\ 1 & \text{dla } x > 2 \end{cases}$$

była dystrybuantą pewnego rozkładu prawdopodobieństwa.

3. Dla jakich liczb rzeczywistych a, b, c

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x \leq 1 \\ b(1 - c/x) & \text{dla } 1 < x \leq a \\ 1 & \text{dla } x > a \end{cases}$$

jest dystrybuantą rozkładu dyskretnego ? Czy można tak dobrać te stałe, aby F była dystrybuantą rozkładu całkowicie niedyskretnego ?

4. Zmienna losowa \mathbf{X} ma rozkład

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x \leq 0 \\ \frac{1}{2}x & \text{dla } 0 < x \leq 1 \\ 1 & \text{dla } x > 1 \end{cases}$$

Znaleźć rozkład zmiennej losowej $\mathbf{Y} = -\mathbf{X} + 2$.

5. Dla jakich rzeczywistych a, b, c

$$f(x) = \begin{cases} a & \text{dla } x \leq -1 \\ b & \text{dla } -1 < x \leq 1 \\ c & \text{dla } x > 1 \end{cases}$$

jest gęstością pewnego rozkładu. Wyznaczyć dystrybuantę tego rozkładu.

6. Zmienna losowa \mathbf{X} ma gęstość

$$f(x) = \begin{cases} 2 - 2x & \text{dla } x \in (0, 1) \\ 0 & \text{dla } x \notin (0, 1) \end{cases}$$

Obliczyć $P(-1 < X < 1/2)$.

10.10.2007

dr Ryszard Rębowski