

Zadania z metod probabilistycznych

Lista 6

1. Korzystając z faktu, że dla niezależnych zmiennych losowych posiadających drugie momenty $E(XY) = (EX)(EY)$, uzasadnić, że wariancja sumy tych zmiennych jest sumą wariancji.
2. Niech zmienna losowa X ma rozkład jak w zadaniu 1 z listy 5. Obliczyć jej wariancję.
3. Wiadomo, że zmienne losowe X_1, X_2 są niezależne i mają rozkład zdefiniowany jak w zadaniu 4 z listy 5. Bierzemy zmienną losową $X = 3X_1 - X_2 + 1$. Obliczyć: $EX, EX^2, var(X)$.
4. Dany jest rozkład zmiennej X jak w zadaniu 6 z listy 4. Obliczyć drugi moment i drugi moment centralny zmiennej $Y = 2X + 1$.
5. Wiadomo, że $X \in B(n, p)$. Znaleźć rozkład zmiennej losowej $\frac{X}{n}$.

6. Dla jakich a funkcja

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a}{x^2} & \text{dla } x > 1 \\ 0 & \text{dla } x \leq 1 \end{cases}$$

jest gęstością pewnego rozkładu prawdopodobieństwa. Czy istnieje EX ?

7. Błąd w pewnej próbie można wykryć w 99,8 % przypadków. Korzystając z twierdzenia Poissona oszacować prawdopodobieństwo, że w 500 próbach nie wykryto błędu w co najmniej 5 przypadkach.
8. Zmienna losowa X ma rozkład

$$F(x) = \begin{cases} 3x^2 & \text{dla } x \in (0, 1) \\ 0 & \text{dla } x \notin (0, 1) \end{cases}$$

Obliczyć $var(Y)$, jeśli $Y = X^2$.

9. Zmienna losowa X ma rozkład

$$F(x) = \begin{cases} 1/4 & \text{dla } x \in [1, 5] \\ 0 & \text{dla pozostałych } x \end{cases}$$

Dokonać standaryzacji tej zmiennej losowej.

10. Zmienna losowa X ma rozkład Poissona z parametrem λ . Znaleźć rozkład zmiennej $Y = X + 2$. Obliczyć jej wartość oczekiwaną i wariancję.

20.10.2007

dr Ryszard Rębowski