Zadania z metod probabilistycznych

Lista 8

1. Niech $X \in \mathcal{J}([2,6])$. Oszacować metodą nierówności Markowa i Czebyszewa
$$P(\{\omega \in \Omega\colon\ X(\omega) > 4,5\}).$$

2. Niech $X \in B(n, 0, 75)$. Jakie musi być n, aby z prawdopodobieństwem co najmniej 0,95 prawdopodobieństwo empiryczne różniło się od prawdopodobieństwa teoretycznego o mniej aniżeli 0,001?

3. Niech $X_1, \ldots, X_n$ będą zmiennymi losowymi o tym samym rozkładzie wykładniczym z parametrm $\lambda = 20$. Dla jakiego n
$$P(X > 10) < 0,5,$$
gdzie $X = \sum_{j=1}^{n} X_j$.

4. Korzystając z nierówności Czebyszewa obliczyć ile razy należy rzucić kostką, aby prawdopodobieństwo spełnienia nierówności
$$|\frac{k_n}{n} - \frac{1}{6}| < 0,01,$$
gdzie k_n oznacza liczbę wyrzuconych czwórek w n rzutach, było większe od 0,5.

5. Niech $X_1, \ldots, X_{100}$ są niezależnymi zmiennymi losowymi o rozkładzie $\mathcal{P}(\lambda)$, gdzie $\lambda = 2$. Oczacować $P\Big(\sum_{j=1}^{100} X_j > 190\Big)$.

6. Wykonano 1000 serii niezależnych doświadczeń. W każdej serii $m = 2$, $\sigma^2 = 1,4$. Oszacować prawdopodobieństwo, że w tych 1000 seriach doświadczeń liczba sukcesów będzie zawsze pomiędzy 186 a 214.

7. Rzucamy 15000 razy symetryczną kostką. Oszacować prawdopodobieństwo, że liczba wyrzuconych szóstek będzie różniła się od 2500 o więcej aniżeli 100.

8. Strzelamy 300 razy do tarczy, gdzie prawdopodobieństwo trafienia pojedynczym strzałem wynosi $0,25$. Oszacować $P(|X - 75| < 30)$, gdzie X oznacza liczbę trafień.

9. Niech $X \in \mathcal{N}(0,1)$. Korzystając z nierówności Czebyszewa oszacować $P(|X| \geq 3)$. Wynik oszacowania porównać z odczytem z tabeli tego rozkładu.

2.12.2007

dr Ryszard Rębowski