

## Zadania z metod probabilistycznych

### Lista 3

1. Niech  $(\Omega, \Sigma, P)$  będzie przestrzenią probabilistyczną. Uzasadnić, że rodzina  $\tilde{\Sigma} = \{A \in \Sigma : P(A) \in \{0, 1\}\}$  jest  $\sigma$ -ciałem.
2. Dane są trzy zdarzenia  $A_1, A_2, A_3$ . Korzystając z własności łączności sumy mnogościowej i wzoru podanego na wykładzie obliczyć  $P(A_1 \cup A_2 \cup A_3)$ .
3. Uzasadnić, że wzór  $\tilde{P}(\tilde{A}) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ , dla  $\tilde{A} \in \Sigma_B$  określa funkcję prawdopodobieństwa na  $\sigma$ -ciele warunkowym  $\Sigma_B$ .
4. Kiedy dla zdarzeń  $A, B \in \Sigma$  zachodzi równość

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A)P(B)$$

5. Pokazać, że

$$P\left(\bigcap_{k=1}^{\infty} A_k\right) = 1 - P\left(\bigcup_{k=1}^{\infty} A_k^c\right)$$

$$P\left(\bigcup_{k=1}^{\infty} A_k\right) = 1 - P\left(\bigcap_{k=1}^{\infty} A_k^c\right)$$

6. W urnie jest pewna ilość  $m \geq k$  kul czerwonych i  $n \geq k$  kul białych. Doświadczenie polega na losowaniu  $k$  kul. Wykorzystując pojęcie modelu dyskretnego jednorodnego opisać przypadek :
  - losowania kul bez zwracania
  - losowania kul ze zwracaniem

Dla każdego z przypadków obliczyć prawdopodobieństwo wylosowania  $k$  kul białych.

7. Z talii 52 kart losujemy 5. Niech :
  - A oznacza zdarzenie polegające na wylosowaniu 3 asów
  - B oznacza zdarzenie polegające na wylosowaniu co najmniej jednego asa
  - C oznacza zdarzenie polegające na wylosowaniu co najmniej jednego asa czarnego.

Czy zdarzenia te są parami stochastycznie niezależne ?

8. Gracz dostał 13 kart z talii 52 kart. Obejrzał 7 z nich i stwierdził, że nie ma wśród nich asa. Jakie jest prawdopodobieństwo, że gracz ma jednego asa.
9. Z talii 52 kart losujemy 9. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wśród wylosowanych kart będą karty czerwone i czarne.
10. Jakie jest prawdopodobieństwo, że spośród 10 osób siedzących obok siebie na ławce, wybrane 3 osoby z nich usiądą obok siebie.
11. Mamy alfabet złożony z  $n$  symboli. Spośród wszystkich słów długości  $k < n$  wylosowano słowo złożone z różnych symboli. Obliczyć prawdopodobieństwo tego zdarzenia.

Uwaga : w zadaniach 6–11 należy opisać przestrzenie zdarzeń elementarnych.

29.09.2007

*dr Ryszard Rębowski*