

## Zadania z rachunku prawdopodobieństwa

### Lista 6

1. Korzystając z faktu, że dla niezależnych zmiennych losowych posiadających drugie momenty  $E(XY) = (EX)(EY)$ , uzasadnić, że wariancja sumy tych zmiennych jest sumą wariancji.
2. Niech zmienna losowa  $X$  ma rozkład jak w zadaniu 1 z listy 5. Obliczyć jej wariancję.
3. Wiadomo, że zmienne losowe  $X_1, X_2$  są niezależne i mają rozkład zdefiniowany jak w zadaniu 4 z listy 5. Bierzemy zmienną losową  $X = 3X_1 - X_2 + 1$ . Obliczyć:  $EX, EX^2, var(X)$ .
4. Dany jest rozkład zmiennej  $X$  jak w zadaniu 6 z listy 4. Obliczyć drugi moment i drugi moment centralny zmiennej  $Y = 2X + 1$ .
5. Wiadomo, że  $X \in B(n, p)$ . Znaleźć rozkład zmiennej losowej  $\frac{X}{n}$ .

6. Dla jakich  $a$  funkcja

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a}{x^2} & \text{dla } x > 1 \\ 0 & \text{dla } x \leq 1 \end{cases}$$

jest gęstością pewnego rozkładu prawdopodobieństwa. Czy istnieje  $EX$  ?

7. Błąd w pewnej próbie można wykryć w 99,8 % przypadków. Korzystając z twierdzenia Poissona oszacować prawdopodobieństwo, że w 500 próbach nie wykryto błędu w co najmniej 5 przypadkach.
8. Zmienna losowa  $X$  ma rozkład

$$F(x) = \begin{cases} 3x^2 & \text{dla } x \in (0, 1) \\ 0 & \text{dla } x \notin (0, 1) \end{cases}$$

Obliczyć  $var(Y)$ , jeśli  $Y = X^2$ .

9. Zmienna losowa  $X$  ma rozkład

$$F(x) = \begin{cases} 1/4 & \text{dla } x \in [1, 5] \\ 0 & \text{dla pozostałych } x \end{cases}$$

Dokonać standaryzacji tej zmiennej losowej.

10. Zmienna losowa  $X$  ma rozkład Poissona z parametrem  $\lambda$ . Znaleźć rozkład zmiennej  $Y = X + 2$ . Obliczyć jej wartość oczekiwaną i wariancję.

10.12.2007

dr Ryszard Rębowski