Lista 1 – PL – metoda geometryczna

1.1. Znajdź maksimum funkcji celu $f(x_1, x_2) = 5x_1 + 7x_2$ przy ograniczeniach:

$$2x_1 + 2x_2 \leqslant 600, \qquad 2x_1 + 4x_2 \leqslant 1000, \qquad x_i \geqslant 0 \text{ dla } i = 1, 2$$

1.2. Znajdź maksimum funkcji celu $f(x_1, x_2) = 2x_1 - x_2$ przy ograniczeniach:

$$x_1 - x_2 \leqslant 50, \qquad 2x_1 + 3x_2 \leqslant 290, \qquad x_i \geqslant 0 \text{ dla } i = 1, 2$$

1.3. Stolarnia może wyprodukować dziennie 15 stołów i 25 krzeseł, przy czym dzienne zużycie drewna nie może przekroczyć 5 m^3. Do produkcji stołu zużywa się średnio 0,25 m^3 drewna, zaś do produkcji krzesła 0,1 m^3. Stoły sprzedaje się następnie w cenie 250 PLN za sztukę, a krzesła po 110 PLN za sztukę. Ile wyrobów każdego typu należy wykonać, aby osiągnąć maksymalny zysk?

1.4. Gospodarstwo rolne sporządza mieszankę paszową dla trzody chlewnej przy użyciu dwóch surowców S_1 i S_2. Mieszanka powinna dostarczać zwierzętom składniki odżywcze O_1, O_2 i O_3 w ilościach podanych w tabeli:

Rodzaj składnika	S_1	S_2	Ilości poszczególnych składników
O_1	0,2	0,34	od 2 do 8
O_2	1	0,1	od 3 do 9
O_3	1,4	1,9	od 12 do 15

Kilogram surowca S_1 kosztuje 12 PLN, zaś surowca S_2 17 PLN. Ile należy zakupić surowców S_1 i S_2, aby koszty paszy były najniższe?

1.5. Przedsiębiorstwo produkcyjne wykonuje dwa rodzaje wyrobów W_1 i W_2 ze środków P_1 i P_2, których dzienne zużycie nie może przekroczyć odpowiednio 7 i 5 ton. Nakłady środków niezbędne do wyprodukowania produktów zebrane są w tabeli:

Rodzaj środka	W_1	W_2
P_1	1	1,3
P_2	0,8	0,5

Ile poszczególnych wyrobów należy wyprodukować, aby osiągnąć maksymalny zysk, jeśli produkty W_1 i W_2 są sprzedawane odpowiednio w cenach 34 PLN i 42 PLN?

Lista 2 – PL – metoda simpleks

2.1. Rozwiąż metodą simpleks zadanie 1.2 z listy pierwszej.

2.2. Rozwiąż metodą simpleks zadanie 1.3 z listy pierwszej.

2.3. Rozwiąż metodą simpleks zadanie 1.5 z listy pierwszej.

2.4. Dana jest pewna pierwsza tablica simpleks. Uzupełnij tę tablicę, a następnie rozwiąż do końca metodą simpleks zadanie PL, które ona przedstawia (funkcja celu jest maksymalizowana).

	c_j	-2	1	-3	8	4	1		
c_B	zmienne bazowe	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	b_i^*	θ_i
		0	-6	1	-4	0	0	10	
		0	8	0	4	2	1	5	
		1	4	0	8	4	0	4	
z_j								FC =	
$c_j - z_j$									

2.5. Pewna firma do wytworzenia trzech produktów P_1, P_2 i P_3 wykorzystuje trzy surowce S_1, S_2 oraz S_3. Dane dotyczące jednostkowego zużycia surowców, jednostkowych zysków oraz zasoby poszczególnych surowców zawiera poniższa tabela:

Surowce	Zużycie surowców na wyrób			Zasoby
	P_1	P_2	P_3	
S_1	6	4	2	200
S_2	0	2	4	40
S_3	2	2	19	50
Zyski	5	12	2	

Używając metody simpleks ustal optymalny plan produkcji, maksymalizyjący zyski ze sprzedaży produktów.

Lista 3 – PL – analiza wrażliwości

Zadanie rozwiązane na wykładzie: Przedsiębiorstwo produkuje dwa wyroby W_1 i W_2. Zapasy trzech surowców S_1, S_2 oraz S_3 są ograniczone. Jednostkowe nakłady surowców na produkcję wyrobów, zapasy surowców oraz ceny wyrobów pokazuje tabela:

Surowce	Zużycie surowca (w kg) na 1 szt. wyrobu		Zapas surowca (w kg)
	W_1	W_2	
S_1	2	1	1000
S_2	3	3	2400
S_3	1,5	0	600
Cena (w zł)	30	20	

Ustal rozmiary produkcji wyrobów W_1 i W_2, gwarantujące maksymalny przychód z ich sprzedaży przy istniejących zapasach surowców.

Zadania do rozwiązania:

3.1. Zbadaj w jakich granicach może zmieniać się cena wyrobu W_1, aby rozwiązanie optymalne się nie zmieniło.

3.2. Zbadaj w jakich granicach mogą zmieniać się zapasy surowców S_2 i S_3, aby nie uległa zmianie struktura rozwiązania optymalnego.

3.3. Wyznacz rozwiązania optymalne oraz wartości funkcji celu, jeśli (rozłącznie):

(a) zapas surowca S_1 zmieni się na 1200 kg,

(b) zapas surowca S_2 zmieni się na 2600 kg,

(c) zapas surowca S_3 zmieni się na 500 kg.

3.4. W warunkach zadania 1.3 zbadaj, w jakich granicach można zmieniać cenę sprzedaży stołu, aby rozwiązanie optymalne pozostało bez zmian. Podobnie postąp w przypadku ceny sprzedaży krzesła.

3.5. W warunkach zadania 1.3 zbadaj, o ile można zwiększyć dzienną produkcję stołów, a o ile dzienną produkcję krzeseł, aby nie zmieniła się struktura rozwiązania optymalnego.

3.6. W warunkach zadania 1.5 sprawdź, czy zmieni się rozwiązanie optymalne jeśli zwiększymy cenę produktu W_1 do 37 PLN. Podobnie postąp w przypadku zmniejszenia ceny produktu W_2 do 40 PLN.

3.7. W warunkach zadania 1.5 sprawdź, czy zmieni się struktura rozwiązania optymalnego, jeśli zmienimy dzienne zużycie środka P_1 na 8 ton, a środka P_2 na 4 tony.

Lista 4 – zagadnienia transportowe

4.1. Pewna firma ma trzy oddziały, w których montowane są serwery, oraz cztery salony sprzedaży na terenie kraju. Koszty przewozu serwera z i-tego oddziału do j-tego salonu dane są w macierzy kosztów C:

$$C = \begin{bmatrix} 12 & 10 & 9 & 7 \\ 6 & 8 & 11 & 14 \\ 12 & 15 & 17 & 12 \end{bmatrix}$$

Poszczególne oddziały mogą wyprodukować odpowiednio: 10, 14 i 16 serwerów, natomiast zapotrzebowanie salonów wynosi odpowiednio: 7, 13, 8 i 12. Zbuduj model matematyczny dla danego zagadnienia. Wyznacz wstępne rozwiązania bazowe metodą kąta północno-zachodniego i metodą minimalnego elementu macierzy kosztów. Porównaj wartości funkcji celu dla obu rozwiązań. Czy drugie rozwiązanie jest optymalne?

4.2. Zagadnienie transportowe przedstawione jest w tabeli:

Dostawcy	Odbiorcy O_1	Odbiorcy O_2	Podaż a_i
D_1	1	4	20
D_2	3	5	40
D_3	6	9	20
Popyt b_i	20	35	

Wyznacz wstępne rozwiązania bazowe przy założeniu, że jednostkowe koszty magazynowania wynoszą dla poszczególnych dostawców 7, 3 i 8.

4.3. Firma budowlana dysponuje 60 wywrotkami, które obsługują cztery place budowy rozmieszczone w terenie. Odległości między placami budów oraz wielkość przepływów między nimi (liczby wywrotek) podane są w tabeli:

Nr budowy	1	2	3	4	Wywóz w_i
1	0	5	6	3	10
2		0	4	7	15
3			0	5	15
4				0	20
Przywóz p_i	17	9	13	21	60

Metodą minimalnego elementu macierzy kosztów znajdź taki plan przewozów, aby zminimalizować przejazdy pustych wywrotek.
Wskazówka: Dla każdego placu budowy obliczamy wartość $p_i - w_i$. Jeśli $p_i - w_i \geqslant 0$ to budowę traktujemy jako dostawcę pustych wywrotek o możliwościach $a_i = p_i - w_i$, w przeciwnym wypadku jako odbiorcę o zapotrzebowaniu $b_i = w_i - p_i$. Macierz kosztów budujemy na podstawie tabeli.

Lista 5 – zagadnienia przydziału zadań

5.1. Na wydziale obróbki mamy cztery obrabiarki i czterech robotników, którzy mogą je obsługiwać. Efektywność pracy każdego robotnika na poszczególnych obrabiarkach podana jest w tabeli:

Obrabiarki	Robotnicy			
	R_1	R_2	R_3	R_4
O_1	6	8	10	5
O_2	11	7	9	6
O_3	10	5	8	9
O_4	13	12	7	10

(a) Załóżmy, że w tabeli efektywności podano czas (w minutach), jaki poświęca dany robotnik na wykonanie jednego detalu na danej obrabiarce. Przy założeniu, że każde stanowisko może być obsadzone przez jednego pracownika ustal taki przydział robotników do obrabiarek, aby łączny czas produkcji był jak najkrótszy.

(b) Załóżmy, że w tabeli efektywności podano liczbę detali, które dany robotnik może wykonać na określonej maszynie. Ustal taki przydział pracowników do stanowisk, aby wydajność całego zespołu była maksymalna, a każde stanowisko obsadzone przez jednego pracownika.

5.2. Pewna lokalna stacja telewizyjna musi ustalić kolejność emisji czterech godzinnych programów, które będą emitowane w soboty w godzinach 16:00-20:00. Na podstawie wcześniejszych badań ustalono spodziewaną oglądalność (w tysiącach widzów) w zależności od programu i godziny jego emisji:

Godzina emisji	Programy			
	P_1	P_2	P_3	P_4
16:00-17:00	20	20	14	28
17:00-18:00	16	26	17	34
18:00-19:00	14	20	25	40
19:00-20:00	12	14	15	30

Przydziel programom godziny emisji tak, aby osiągnąć jak największą oglądalność tych programów (bez ich powtarzania). Na jaką łączną liczbę widzów może liczyć ta stacja?